四庫全書

子部

欽定四庫全書

子部

曆算全書卷三十九

詳校官欽天監監正臣喜常

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官編修臣王燕緒

校對官五官靈臺郎臣陳際新

謄録監生臣王宗棨

繪圖監生臣劉秉仁

比例規用法假如原序

康熙癸未季弟爾素有比例規用法假如之作又五年丁亥重加挍録示予屬為序序曰形而上者不可得而數有數可數即有象可見故算法量法理本相通而尺可為算器也歴書中有書一卷耑明尺算謂之比例規觧比例云者謂以尺中原有之兩數求今所問之兩數以例相比如古者異乘同除及西人三率之法而有尺以著其象則不煩言說乃作者之意也規云者謂以銅

鐵為規器兩髀翕張用其末銳分指兩尺上同數以得橫距而命得數則用尺之法也規本畫圓之器于尺算為借用故仍其名曰規本鮮有作法用法惜無設例罕能用者㩦李陳獻可蓋謨補作例祇平分一線而已龍舒方位白中通作數度衍以橫尺取數而不用規亦惟平分一線夫平分用止乘除聊足以明異乘同除之理而尺算之善不盡于是若乃平方立方分圓輕重諸術其求法多不以異乘同除為用而數變為線爰生比例

即盡歸于與乘同除此其所長也又規端取數毫氂可辨而游移進退簡快靈妙橫距雖無數而取諸本尺其則不遠固勝橫尺矣吾弟此書仍其用規本法自平分以下十線一一為之用例以明之原書謬誤稍為刊正然後其書可得而用為功于度數之學不小也憶歲乙卯余始購得歷書抄本于吳門姚氏偶缺是觧至戊午秋介亡友黃俞邰太史虞稷借到皖江劉潛柱先生本抄補之蓋逾時而後能通其條貫以是正其譌闕又次

年己未始為山陰友人何奕美作尺亦稍以己意增損推廣之而未暇為立假如今得爾素是書可以無作矣

勿菴兄文鼎序

方爾素撰此書時安溪相國以冢宰開府上谷公子世得鍾倫銳意歷算之學余兄弟及兒以燕下榻芝軒與諸同學晨夕問難甚相得也無何爾素挈兒燕南歸相國入參密勿而世得亡兒相繼化去余亦大病瀕死然猶能偷視息至今日為爾素序此書不可謂非不幸中幸也憶爾素六十時余有句云如豨觀登場如行將百里何以收桑榆無為所生恥今當相與念兹弗替爾勿菴又識

凡例

按西士羅雅谷自序謂譯書草創潤色之增補之必有其時令之釋例不嫌小有同異所以相成當亦作書者之所欲得也

比例規觧原列十線為十種比例之法今仍之

比例既有十種可各為一尺今總歸一尺者便攜也

一尺中列十線則一尺而有十尺之用恐其不清故各線之端書其線以別之

各線並從心起數惟立方線初點最大割線亦然又五金線之用近尺末故俱不到心以便他線之書字然其實並從心起算用者詳之尺心即尺端也兩尺端聯于樞心成一點故俱從茲起算

歴算全書卷三十九

宣城梅文鼎撰

目録

第五更體線原名變體

第六割圓線

第七正弦線舊名節氣

第八切線舊名時刻

第九割線舊名表心

第十五金線附三線比例

以上十線並如舊式惟平方立方改從古名取其易曉又正弦改附割圓切線分為時刻取其

便用割線去表心之目以正其名免悞用也說見各條之下

又按羅序言此器百種技藝無不賴之功倍用捷為造瑪得瑪第嘉之津梁然則彼中藉此製器如工師之用矩尺則日晷等製並其恒業迺書中圖說反有參錯非故為靳秘也良由倣造者衆未必深知法意爰致承訛抑或譯書時語言不能盡解而强以意通遂多筆誤耳今於其

比例尺式即度數尺也原名比例規以兩尺可開可合有似作圓之器故亦可云規

兩面共十線

用薄銅板或厚紙或堅木黃楊木等作兩長股如圖任長一尺上下廣如長八之一兩股等長等廣股首上角為樞

以樞心為心從心出各直線以尺大小定線數令折中作五線兩股兩面共十線可用十種比例之法線行相距之地取足書字而止尺首半規餘地以固樞也用時張翕游移

比例尺又式

五
五
四
四
三
三
二
二
一
一

前式兩股相疊此式兩股相並股上兩用之際以為心規餘地以安樞其一規面與尺面平而空其中其一刻

規而入於彼尺之空令密無罅也樞欲其無偏也兩尺
並欲其無罅也樞心為心與兩尺之合線欲其中繩也
張盡令兩首相就成一直線可作長尺或以兩尺横直
相得成一方角可作矩尺

規式此本為畫圓之器尺算賴之以取底數蓋相須為用者也

用銅或鐵亦如尺作兩股但尺式扁方此可圓也首為

樞可張可翕末鋭以便于尺上取數也當其半腰綴一銅條横貫之勢曲而長如割圓象限之弧與樞相應得數後用螺釘固之

凡算例假如有言取某數為底線者並以規之兩鋭於平分線上量而得之其用底線為得數者並以規取兩尺上弦線相等之距于平分線上量而命之故規之兩鋭可當横尺數度衍以横尺比量反不如用規之便利而得數且真也

第一平分線

此線為諸線之根取數貴多尺大可作一千然過密又恐其不清也故以二百為率

分法　如設一直線欲作百分先平分之為二又平分

之為四又于每一分内各五分之則已成二十分矣于是用更分法取元分四改為五分如甲乙丙有丙戊丁三點是元分之四也今復匀作五分如己庚辛壬四點則元分與次分之較如壬丙及已戊皆元分五之一亦即設線百分之一分準此為度而周布之即百分以成

壬　辛　庚　己
甲　丙　丁　戊　乙

解曰元分為設線百分為二十分之一即每一分内函五分也今壬丙已戊既皆五分之一則甲壬已乙皆五分之四亦即百分之四也又丙辛庚戊皆三而

辛丁丁庚皆二也任用一度參差作點互相攷訂即成百分勻度矣每數至十至百皆作字記之　或取元分六復五分之亦同何則元分一內函五分則元分四共函二十分故可以五分之若元分六即共函三十分故亦可五分之其理一也

用法一　凡設一直線任欲作幾分假如四分即以規量設線為度而數兩尺之各一百以為弦乃張尺以就度令設線度為兩弦之底置尺置尺者置不復動故亦可云定尺下

此做數兩尺之各二十五以為弦斂規取二十五兩點間之底以為度即所求分數即四分中一分也以此為度兩分其線即成四分　若求極微分如一百之一如上以一百為弦設線為底置尺次以九十九為弦取底比設線其較為百之一　若欲設線内取零數如七之三即以七十為弦設線為底置尺次以三十為弦斂規取底即設線七之三

謹按尺筭上兩等邊三角形分之即兩句股也兩

句聯為一線而在下直謂之底宜也若兩尺上數原係斜弦改而稱腰于義無取令直正其名曰弦

用法二　凡有線求幾倍之以十為弦設線為底置尺如求七倍以七十為弦取底即元線之七倍若求十四倍則倍得線或先取十倍更取四倍并之

用法三　有兩直線欲定其比例以大線為尺末之數（尺百即百千即千）置尺斂規取小線度于尺上進退就其兩弦等數如大線為一百小線為三十七即兩線之比

例若一百與三十七可約者約之約法以兩大數約為兩小數其比例不異如一百與三十約為十與三

用法四　有兩數求相乘假如以七乘十三先以十點為弦取十三點為底置尺次檢七十之等弦取其底得九十一為所求乘數若以十為弦七為底置尺而檢一百三十點之底得數亦同

論曰乘法與倍法相通故以七乘十三是以十三之數七倍之是七个十三也以十三乘七是以七數十三倍之是十三个七也故得數並同

用法五　有兩數求相除假如有數九十一七人分之即以本線七十為弦取九十一為底置尺次檢十點之弦取底必得十三為所求

又法以九十一為弦用規取七十為底置尺歛規取一十為底進退求其等弦亦得十三如所求

論曰筭家最重法實令當以七人為法所分九十一數為實乃前法以法數七為弦實數九十一為底又法反之兩所得並同何也曰與乘同除以先有之兩率為比例筭令有之兩率雖曰三率實四率也假之于尺則大弦與大底小弦與小底兩兩相比明明四率較若列眉故先有之兩率當弦則令所求者在底

是以弦之比例例底也若先有之率當底則今所求者在弦是以底之例例弦也但四率中原缺一率比而得之固不必先審法實殊為簡易矣

然則乘除一法乎曰凡四率中所缺之一率求而得之謂之得數乘則先缺者必大數也故得亦大數除則先缺者必小數也故得亦小數所不同者此耳是故乘除皆有四率得尺筭而其理愈明亦諸家所未發也

假如有銀九十六兩四人分之法以人數取四十分為底置銀數九十六兩為弦定尺斂規取一十分為底進退求其等弦得二十四兩為每人得數

又法取銀數九十六兩為底置一百分為弦定尺斂規于二十五分等弦取其底亦得二十四兩為每人數

又如有數一百二十三欲折取三分之一法以規取三十分為底置一百二十三等數為兩弦定尺斂規取一十數為底進退求其等數為弦必得四十一命為三分之一如所求

用法六　凡所求數大尺所不能具則退位取之

假如有數一百二十欲加五倍即退一位取一十二為底以尺之一十點為兩弦定尺取兩弦五十點之底（即五倍）得六十進一位命所得為六百（以一十二當一百二十是一而當十故進位命之也凡用尺筭須得此通融之法）

又法以規取一十數為底于尺之一十二點為兩弦（一十二以當一百二十是一當十也或二十四亦可為一當五）定尺展規取五十數（以當五倍）為底進退求其等數之弦必得六十進位成六百

假如有銀十三兩每兩換錢一千二百文法退二位以規取十二分當一千二百以尺上一數當一百為底置一十點即每兩之位為弦定尺然後尋一百三十點即十三兩之位為弦展規取其底得一百五十六分進二位命之得共錢一十五千六百

又如有銀四兩每兩換錢九百六十文法作兩次乘先乘六十取六數為底置一十點為弦定尺展規取四十點之底得二十四次乘九百取九數為底置一

十點為弦定尺展規取四十點之底得三十六進一位併之得三八四末增一〇為進位得三千八百四十文

二四
三六
三八四〇
千百十文

因每兩是九百六十故末位增〇

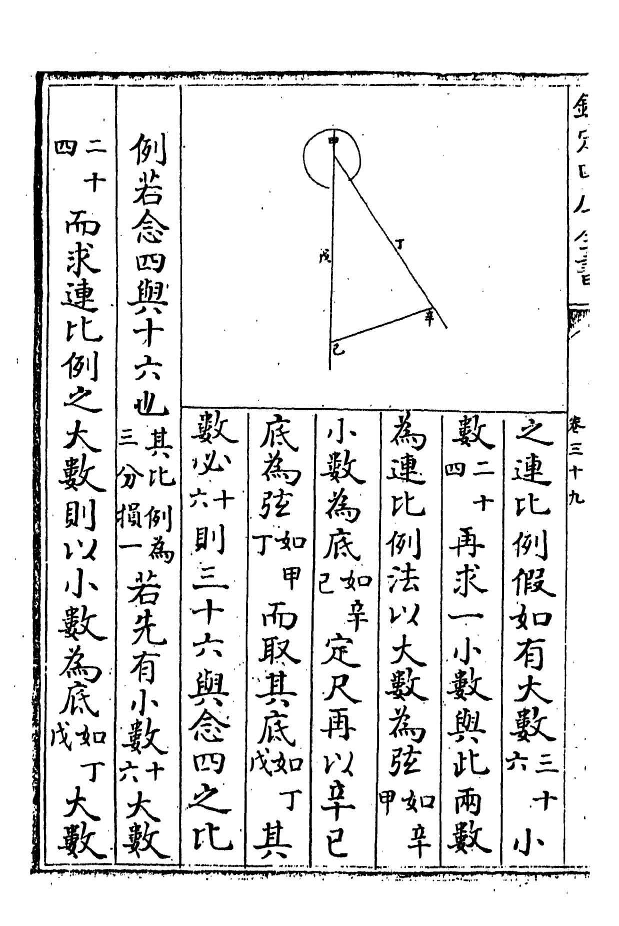
假如有數一百二十欲折取三分之一法以規取六十（折半法也）為底置九十分為弦定尺然後尋兩弦之三十分點（即三之一）取其底于本線比之必二十命所得為

四十（加倍法也先折半故得數加倍）凡所用數在一十點以內近心難用則進位取之如前條所設宜用六數九數為底其點近心取數難清即進位作六十取數用之是進一位也但先進一位者得數後即退一位命其數此可于前假如中詳之（用尺時有退位得數後進位命其數用尺時有進位得數後退位命其數其理相通故不另立假如）或先進二位者得數亦退二位或先加倍者得數折半並同一法

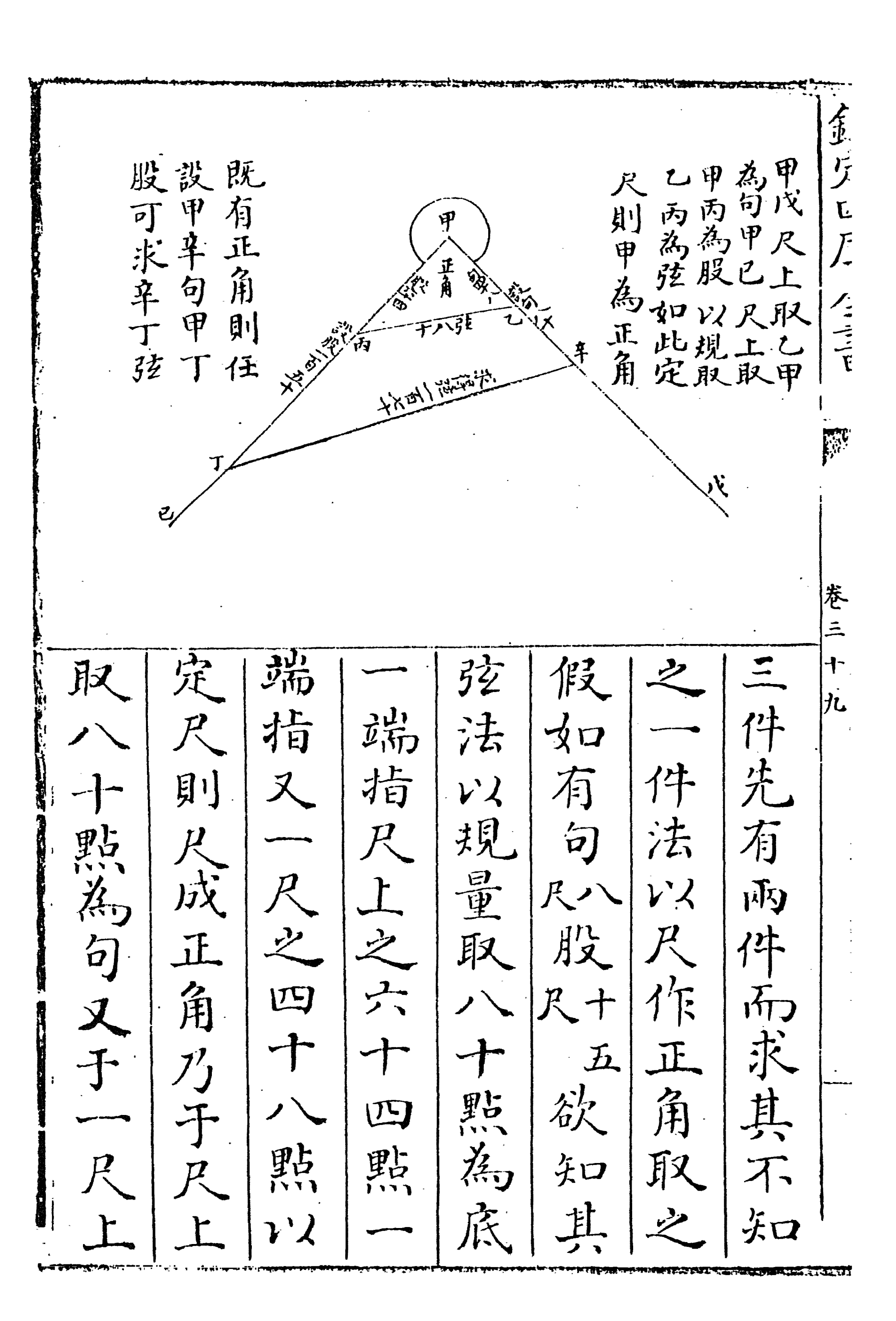
用法七

凡四率法有中兩率同數者謂

之連比例假如有大數三十六小數二十四再求一小數與此兩數為連比例法以大數為弦如辛甲小數為底如辛己定尺再以辛己底為弦如甲丁而取其底如丁戊其數必十六則三十六與念四之比



例若念四與十六也其比例為三分損一若先有小數十六大數二十四而求連比例之大數則以小數為底如丁戊大數



三件先有兩件而求其不知之一件法以尺作正角取之假如有句八尺股十五尺欲知其弦法以規量取八十點為底一端指尺上之六十四點一端指又一尺之四十八點以定尺則尺成正角乃于尺上取八十點為句又于一尺上

為弦如丁甲定尺再以丁甲弦為底如辛巳取其弦如辛甲其數必三十六則十六與念四若念四與三十六也其比例為三分增一他皆倣此原書有斷比例法今按斷比例即古法之異乘同除西法謂之三率前各條中用尺取數皆異乘同除之法故不更立例

三十六　第一率

二十四　第二率

十六　第三率

若先有小數則反用其率

用法八

凡句股形有句有股有弦共

用法九

甲　乙　丙

凡雜三角形內無正角不可以句股算法先作角假如先有一角及角旁之兩邊求餘一邊法于平分線任用一邊（如甲乙）取數為底分圓線六十度為兩弦定尺以規取所設角之底為平分線上任用甲乙邊等度之底定尺則尺間角如所設（如乙角）乃于兩尺上依所設取角旁兩邊之數于兩尺各作識（如甲乙丙乙）遂用規取斜距之底（如甲丙）即得餘一邊如所求

取一百五十點為股張規以就所識句股之兩點必一百七十退一位得弦十七尺如所求取句股數時原進一位故所得弦數退一位命之說見前

若先有弦十七尺股十五尺求其句則以規取一百七十點為句股之弦乃以規端指一百五十點以餘一端又于一尺上尋所指之點必八十也如上退位得句八尺

或先有弦十七尺句八尺求其股亦以規取一百七十而一端指八十尋又一端之所指必得一百五十命一十五尺為股如所求

所求邊分圓線見後

用法十 有小圖欲改作大幾倍之圖用前倍法假如有小圖濶一尺二寸令欲展作五倍即取十二為十點之底定尺展規取五十點之底必得六十命為六尺如所求

用法十一 平圓形周徑相求法于平分線上作兩識以一百八十八半弱上為周六十為徑各書其號假如有徑七十一求周法以規取七十一加于徑點為底

又法　假如乙甲丙三角形有甲角五十三度〇七分甲乙邊五十六尺甲丙邊七十五尺而求乙丙邊法以規取一百分為分圓線上六十度之底歛規取五十三度强之底移于平分線上作百分之底定尺乃于尺上取五十六點如甲乙又一尺上取七十五點如甲丙乃以規取兩點斜距之底于尺上較之即得六十一尺如乙丙命為

五弱為小分

按平線上既作周徑之號若又作此則太繁不如另作一線其上可寄五金線也　又按原書全分七十二大分四十二又三之一小分二十七又三之二大有訛錯今改定

以上十二用法姑舉其概其實平分線之用不止于是善用者自知之耳

定尺展規取周點之底即得周二百二十三如所求

以周求徑
反此用之

用法十二 求理分中末線法于線上定三點于九十

六定全分五十九又三之一

為大分三十六又三之二為

小分假如有一直線一百四十四

欲分中末線即以設線加于

全分點為底取其大小分點之底即得八十九強為大分五十

小分 小分
大分 大分
全分 全分

底則求三十二點之底或置于三點為底則求四十八點之底皆同

分法有二　以算一以量

以算分

一百之根

乙　甲

二百之根

丙乙　甲

三百之根

丁乙　甲

四百之根

戊　乙　甲

算法者自樞心甲任定一度命為十分如甲乙即平方

第二平方線舊名分面線凡平方形有積有邊積謂之冪亦謂之面邊線亦謂之根即開平方法也

原為一百不平分令按若尺小欲其清則但為五十分亦可假如有積六千四百則以平分線之二十自乘得四百于積為十六倍之一若置二十分於一點為底求十六點之底則得方根八十或置于二點為

以當積數丙乙直邊引長之作垂線以當根數如求倍積之根即于橫線上截丁乙為甲乙之倍次平分甲丁於戊戊為心甲為界作半圜截垂線于巳即巳乙為二百分之邊求三倍則乙丁三倍于甲乙四倍以上並同

又捷法　如前作句股形法定兩尺間成正方角如甲乃任于尺上取甲乙命為一點而又于一尺取甲丙度

積一百分之根今求加倍平方二百分之根為十四又

念九之四即于甲乙線上加四分強如丙命甲丙為倍積

之根求三倍則開平方三百分之根得十七又三十五

之十一即又于甲乙線上加十分半弱如丁即甲丁為三

倍積之根求四倍則平方四百之根二十即以甲乙倍

之得甲戊為四倍積之根五六七以上並同按用方根表甚簡易

以量分

以任取之甲乙度作正方形如乙甲丙乃于乙甲横邊引長之

二十五又取三倍之邊倍之即十二倍之邊(四其三也)再加一倍得二十七倍之邊(九其三也)再加倍得四十八倍之邊(十六其三也)再加倍得七十五倍之邊(二十五其三也)若以五倍之邊倍之得二十倍之邊(四其五也)再加倍得四十五倍之邊(九其五也)再加倍得八十倍之邊(十六其五也　凡言倍其度者線上度也如正方四百分之邊二十分甲乙正方一百分之邊十分其大為一倍也　言幾倍方積者積數也如邊二十者積四百即尺上所書)

用法一　有平方積求其邊(即開平方)法先其設數與其數能相為比例得幾倍如法求之假如有平方積一千二百

與甲乙相等即皆為一百之根次取乙丙底加于甲乙尺上為二百之根甲丁又自丁至丙作斜弦以加于甲乙尺上為三百之根甲戊又自戊至丙作弦以加于甲乙尺上為四百之根甲己如此遞加即得各方之根其加法俱從尺心起如求得丙乙即以丙加甲乙加丁成甲丁他皆倣此

試法　甲乙為一正方形之邊倍其度即四倍方積之邊否即不合三倍得九倍方積之邊四倍得十六五倍得

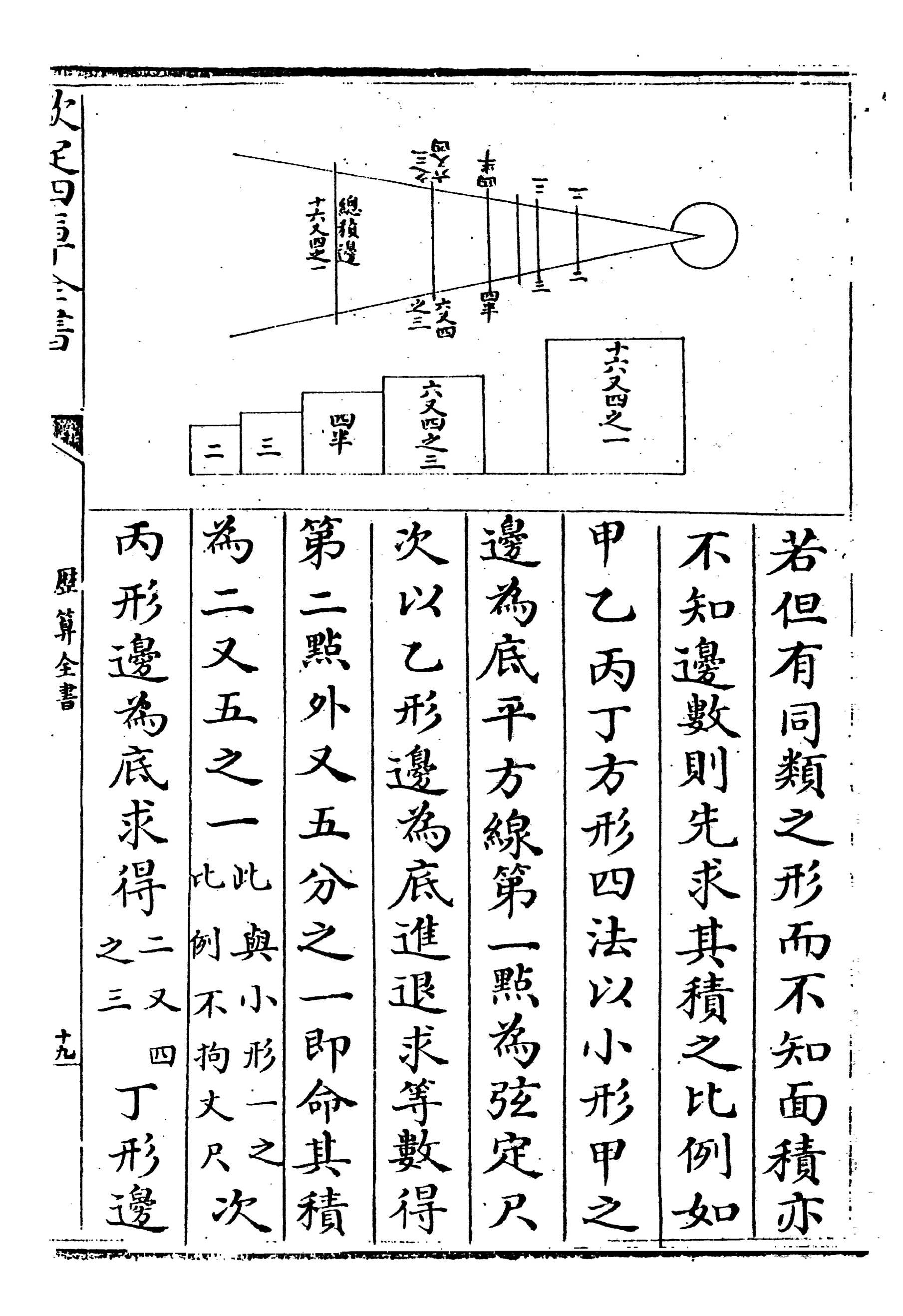
二百二十五則其方根三十五又法若無比例可求者但以十分為一點之底定尺有假如在用法七

用法二　凡同類之平面形可併為一大形或方或圓或三角多邊等形但形相似即為同類　假如有平面正方四形求作一大正方形與之等積其第一形之冪積為二第二形之積為三第三形之積四有半第四形之積六又四之三法先併其積得十六又四之一乃任取第一小形之邊為底二點為弦定尺若用第二形之邊為底定尺即用三點為弦而于十六點又四之一取其底為大形邊其面積與四形總數等

二十五尺欲求其根以約分法求得二十五為設數四十九之一即以規于平分線取五點為平方線上一點之底定尺展規于四十九點取其底即得一邊三十五尺為平方根積二十五方根五加四十九倍為積一千二百二十五方根三十五或用四十九為設數一千二百二十五尺二十五之一即以規取七點為平方一點之底而取平方二十五點之底亦得方根三十五如所求積四十九方根七加二十五倍為積一千

得四又六之五并諸數及甲形一得十又六十分之四十七約為五之四弱向元定尺上尋十點外十一點內之距取其五之四為等數之兩弦（即十一弱）用其底為大方形邊其面積與四形併數等

此加形法也圓面及三角等面凡相似之形並可相併其法同上



若但有同類之形而不知面積亦不知邊數則先求其積之比例如甲乙丙丁方形四法以小形甲之邊為底平方線第一點為弦定尺次以乙形邊為底進退求等數得第二點外又五分之一即命其積為二又五之一（此與小形一之比例不拘丈尺）次丙形邊為底求得二又四之三丁形邊

百其邊六十令求作小形為設形九之四法以設形邊十六為平方第九點之底定尺而取第四點之底得四十如所求邊四十其積一千六百以比設形積為九之四也九為命分四為得分此減積法也圓面三角等俱同一法

用法五　有兩數求中比例即三率連比例之第二率

假如有二與八兩數求其中比例法先以大數為平方線八點之底而取二點之底得四如所求

用法三 平面形求作一同類之他形大于設形幾倍以設形之邊為一點之底定尺 假如有正方形面積四百其邊二十令求別作一方形其容積大九倍法以設形邊二十為平方線一點之底定尺而取平方九點等數之底得六十如所求邊六十其方積三千六百以比設形積為大九倍

用法四 平面形求別作一同類之形為設形幾分之幾以設形之邊為命分定尺而于得分取數 假如有平方形積三千六

以一十數為比例

假如平積二百五十五用十數比之為二十五倍半

即取十數為平方線一點之底而取二十五點半之

底得十六弱為方根十六自乘積二百五十六今只欠一小數故命之為十六弱

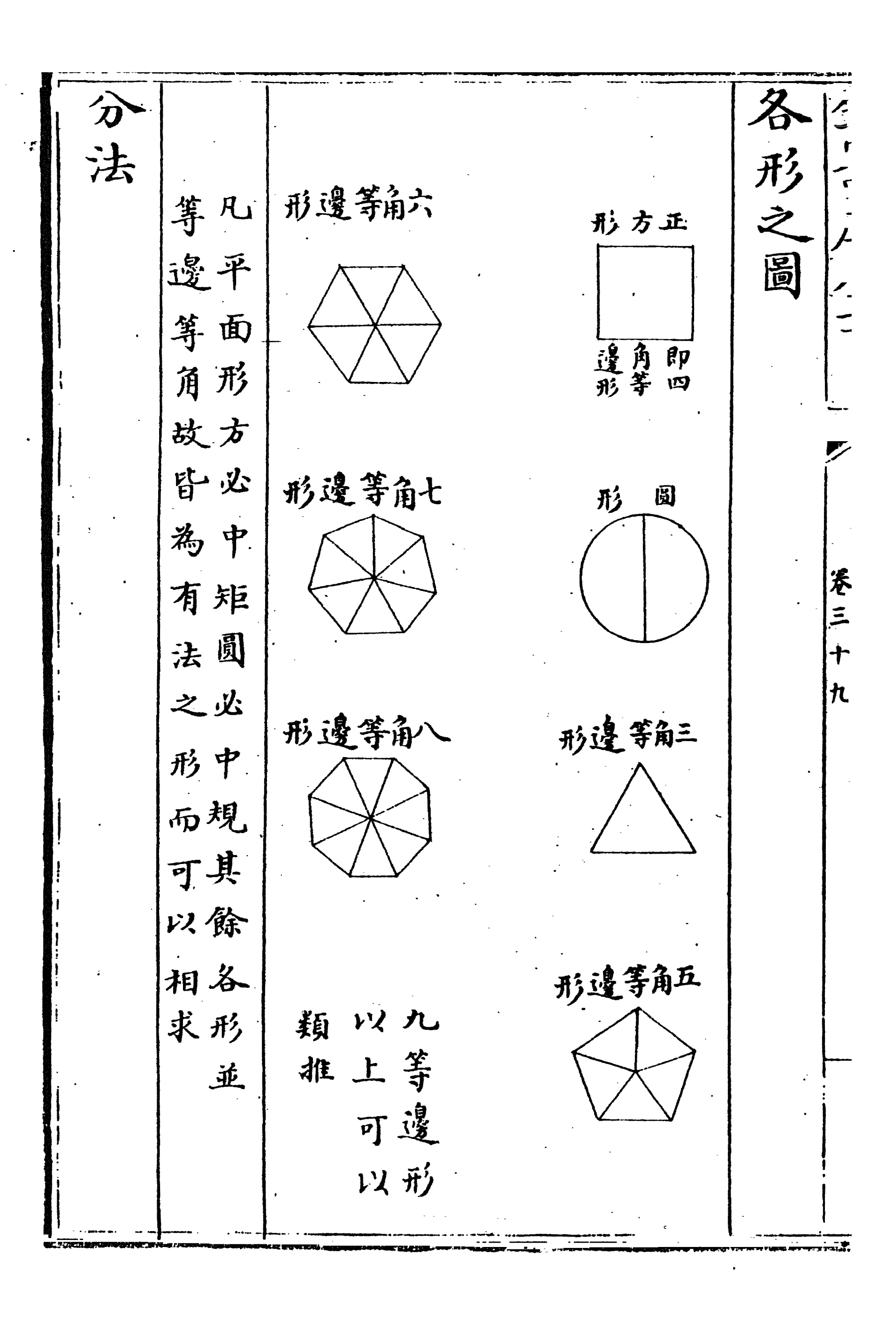
二與四如四與八皆加倍之比例故四為二與八之中率

用法六 有長方形求作正方形 假如長方形橫二尺直八尺如上圖求得中比例之數為四尺以作正方形之邊則其面積與直形等

直八尺橫二尺 其積一十六尺

方形各邊並四尺 其積亦十六尺

用法七 有設積求其方根而不能與他數為比例則



各形之圖

正方形 即四角等邊形

圓形

三角等邊形

五角等邊形

六角等邊形

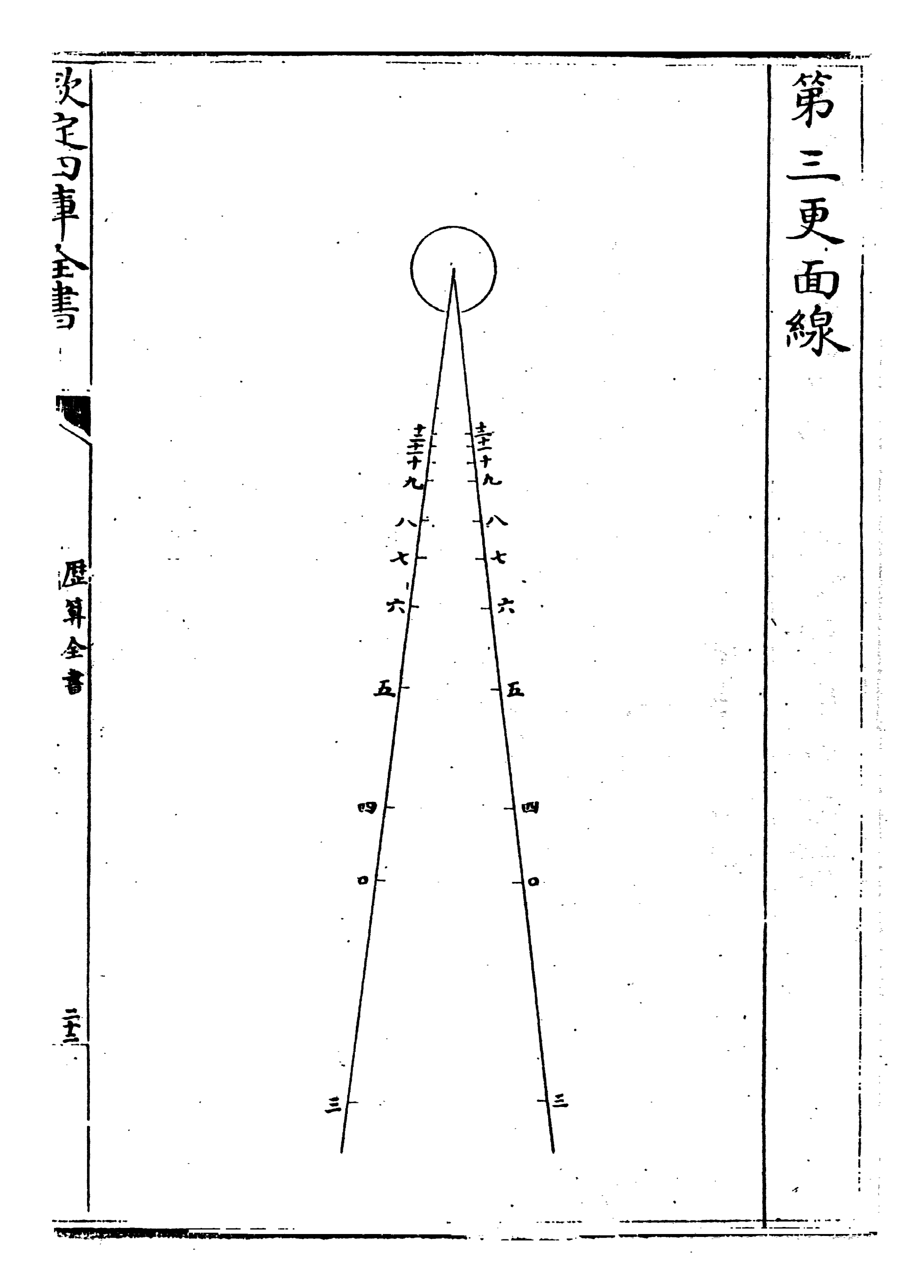
七角等邊形

八角等邊形

九等邊形以上可以類推

凡平面形方必中矩圓必中規其餘各形並等邊等角故皆為有法之形而可以相求

分法


第三更面線
十二
十一
十
九
八
七
六
五
四
〇
三
十二
十一
十
九
八
七
六
五
四
〇
三

方根以此為度於更面線之正方號為底定尺次于各形之號取底即得所求各形邊

假如有平面三等邊形積二千七百七十一寸欲求其邊法以設積于平方線上如法開其平方根（依前卷用法七以設數為十數之二百七十七倍強各降一位命為一數之二十七倍又十之七強乃以一數為平方一點之底定尺而于其二十七點十之七強取底數得五寸二六進一位作五尺二寸半強）以所得方根為更面線正方號之底定尺而取三等邊號之底得八尺為三等邊形根如所求

置公積四三二九六四以開方得正方形之根六五八三邊形之根一千五邊形之根五〇二六邊形之根四〇八七邊形之根三四五八邊形之根二九九九邊形之根二六〇十邊形之根二三七十一邊形之根二一四十二邊形之根一九七圜徑七四二以本線為千平分而取各類之數從心至末取各數加本類之號

用法一 有平面積求各類之根凡三角及多邊各平面形其邊既等故並以形之一邊為根圓形則以徑為根法先以設數于平方線上求其正

甲 十　乙 廿一半　丙 十六弱

并得四十七半弱

形內所書數皆各形面積所作線並所變平方根也

總積變平方亦如所作橫線

邊為平方十點之底定尺而以乙所變方邊進退求等度之弦命之即于乙形作方底線書之次以丙圓徑為平圓號之底如前求得十六弱併三數得四十七半弱為總積此因三形之邊無數姑以小形命十數定尺而所得各方積並小形十數之比例若三形內先知一形之面積即用其所變方邊定尺則所得皆真數如上三形但知丙形之積十六或十六尺或十六寸

用法二 有平面形不同類欲相併為一大形法先以各形邊為更面線上各本號之底定尺而取其正方號之底作線為所變正方形之邊次以所變方邊于分面線上求其積數而併之為總積

假如有甲三角乙五邊丙三形欲相併先以甲邊為三角號之底定尺而取其正方號之底作線于甲形内如此則甲形已變為正方下同書其數曰十次以乙邊為五邊號之底如前取其平方底向平方線求之得二十一半其法以甲

等如法以丙形邊變方邊于平方線十六點為底定尺餘如上法求之亦必得甲為十數乙為二十一半總積四十七半但前條所得是比例之數比例雖同而尺有大小故以此所得為真數也

末以總數于原定尺上尋平方線四十七點半處取其底度為平方邊則此大平方形與三形面積等

若欲以總積為五邊形則以所得大平方邊為更面線正方號之底定尺而于五邊形之號取其底即所

求五邊形之一邊若欲作三角或圓形並同一法

用法三 有平面形欲變為他形如上法以本形邊為本號之底定尺而取所求他形號之底

假如有三角形欲改平圓則以所設三角形之邊加于本尺三角形之號為底定尺而取平圓號之底求其數命為平圓徑所作平圓必與所設三角形同積

用法四 有兩平面形不同類欲定其相較之比例如前法各以所設形變為平方

假如有六邉形有圓形相較即如法各變為平方求其數平圓數二十六邉數三十六即平員為六邉形三十六之二十以二十減三十六得十六為兩形之較

第四立方線 舊名分體線

凡平方形如棊局其四邊橫直相等而無高與厚之數立方則如方櫃有橫有直又有高而皆相等平方之積曰平積亦曰面積亦曰冪積如棊局中之細分方耶立方之積曰體積亦曰立積並如骰子之積累成方

舊圖誤以尺樞心甲書于一點上今改正甲乙一亦即一十則其內細數亦不平分舊圖作十平分亦誤

今删去

分法有二一以算一以量

以算分 從尺心甲任定一點為乙則甲乙之度當十分遞之積為一千紀十分自乘之再乘之即成一千假如立方一尺其積必千寸其號曰一次加一倍為立積二千開立方求其根得十二又三之一即于甲乙上加二又三之一為甲丙紀其號曰二再加一倍立積三千開立方得數紀三以上並同

捷法　取甲乙邊四分之一加甲乙戍甲丙即倍體邊又取甲丙七分之一加甲丙戍甲丁即三倍體邊又取甲丁十之一加甲丁戍甲戊即四倍體邊再加如圖

邊	比例
元體甲乙	一
倍體甲丙	四之一
三倍甲丁	七之三
四甲戊	十之一
五甲己	十三之一
六甲庚	十六之一
七甲辛	十九之一
八甲壬	廿二之一
九甲癸	廿五之一
十甲子	廿七之一

右加法與開立方數所差不遠然尾數不清雖為定率姑存其意

又捷法用立方表

以量分　如後圖作四率連比例而求其第二盖元體之邊與倍體之邊為三加之比例也假如邊為一倍之則二若求平方面則復倍之為四是再加之比例也今求立方體必再倍之為八故曰三加三加者即四率連比例也

幾何法曰第二線上之體與第一線上之體若四率連比例之第四與第一第一為元邊線第二為加倍線上之面第四以邊線自乘為體令開立方是以體積求邊線即是以第四率求第二率也

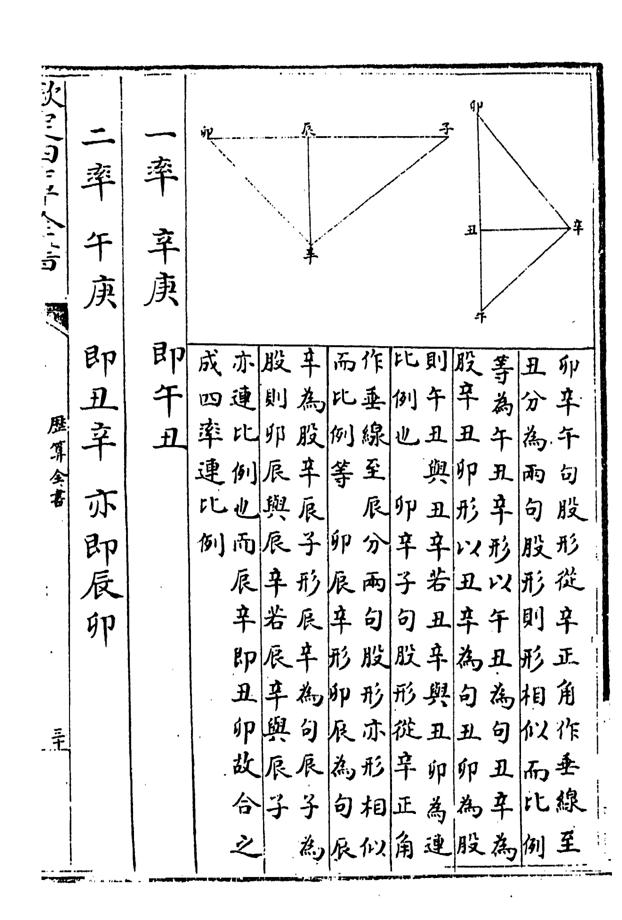
假如有立方體積又有加倍之積

法以兩積變為線（元積如辛庚作倍積如辛巳）壬巳辛庚長方形次于壬巳壬庚兩各引長之以形心（戊）為心作圈分截引長線于子于午作子午直線切辛角（如不切辛角必漸試之令正相切乃止）即辛庚（一率）午庚（二率）子巳（三率）巳辛（四率）為四率連比例末用第二率午庚為倍積之一邊其體倍大于元積

若辛巳為辛庚之三倍四倍則午庚邊上體積亦大于元積三倍四倍以上倣此

解四率連比例之理

試于辛點作卯辛為子午之垂線次用子壬度從午作卯午直線截卯辛線于卯又從卯作直線至子又從辛點引辛庚邊至辰引辛巳邊至丑成各句股形皆相似而比例等



卯辛午句股形從辛正角作垂線至丑分為兩句股形則形形相似而比例等為午丑辛形以午丑為句丑辛為股辛丑卯形以丑辛為句丑卯為股則午丑與丑辛若丑辛與丑卯為連比例也　卯辛子句股形從辛正角作垂線至辰分兩句股形亦形相似而比例等　卯辰辛形卯辰為句辰辛為股辛辰子形辰辛為句辰子為股則卯辰與辰辛若辰辛與辰子亦連比例也而辰辛即丑卯故合之成四率連比例

一率　辛庚　即午丑

二率　午庚　即丑辛　亦即辰卯

三率 子巳 即辛辰 亦即丑卯

四率 巳辛 即辰子

試法 元體邊倍之即八倍體積之邊若三之即二十七倍之邊四之即六十四倍體積之邊五之即一百二十五倍體積之邊

又取二倍邊倍之得十六八其二也再倍之得一二八倍體積之邊六十四其二也

三加比例表 平方立方同理即連比例

第一率　第二率　第三率　第四率

元數	一加線	再加面冪	三加體積
一	二	四	八
一	三	九	二十七
一	四	十六	六十四
一	五	二十五	一百二十五
一	六	三十六	二百一十六
一	七	四十九	三百四十三
一	八	六十四	五百一十二
一	九	八十一	七百二十九
一	十	一百	一千

按第一率為元數第二率為線即根數也第三率為面平方冪積也第四率為體立方積也開平方開立

方並以積求根故所用者皆二率也比例規解乃云本線上量體任用其邊其根其面其對角線其軸皆可其說殊不可曉今刪去

用法一　有立積求其根即開立方

假如有立方積四萬法先求其與一千之比例則四萬與一千若四十與一即取十數為分體線上一點之底定尺而取四十點之底得三十四強即立方之根說見平方

用法二　有兩數求其雙中率謂有連比例之第一與第四而求其第二第三

法以小數為一率用作本線一點之底而取大數之底為二率既有二率可求三率

假如有兩數為三與二十四欲求其雙中率法約兩數之比例為一與八即以小數三為本線一點之底定尺而于八點取底得六為第二率末以二率四依法求中率得十二為三率

一率三　二率六　三率十二　四率二十四

用法三　設一體求作同類之體大于設體為幾倍此乘

體之法

假如設立方體八千其邊二十求作加八倍之體爲六萬四千問邊若干法以設體根二十爲本線一點之底定尺而取八點之底得四十即大體邊如所求

用法四 有同類之體欲併爲一法累計其積而併之爲總積求其根即得

甲十

假如有三立方體甲容一十乙容十三又四之三丙容十七又四之一併得四

乙十三又四之三

丙十七又四之一

十一即以甲容一十為本線一點之底定尺而取四十一點之底為總體邊如所求　若設體無積數則以小體命為一十而求其比例然後併之

用法五　有兩同類之體求其比例與其較（此分體之法）

假如甲丙兩立方體欲求其較而不知容積之數法以甲小體邊為一點之底定尺而以丙邊為底進退

求其等數如所得為九即其比例為九與一以一減九其較八即于八點取底為較形之邊

用法六　有立方體欲別作一體為其幾分之幾

假如有立方體欲另作一體為其八之五則以設體邊為本線八點之底定尺而于五點取底為邊作立方體即其容為設體八之五

第五更體線舊名變體線

十二　十二
廿　廿
十六　十六
八　八
四　四

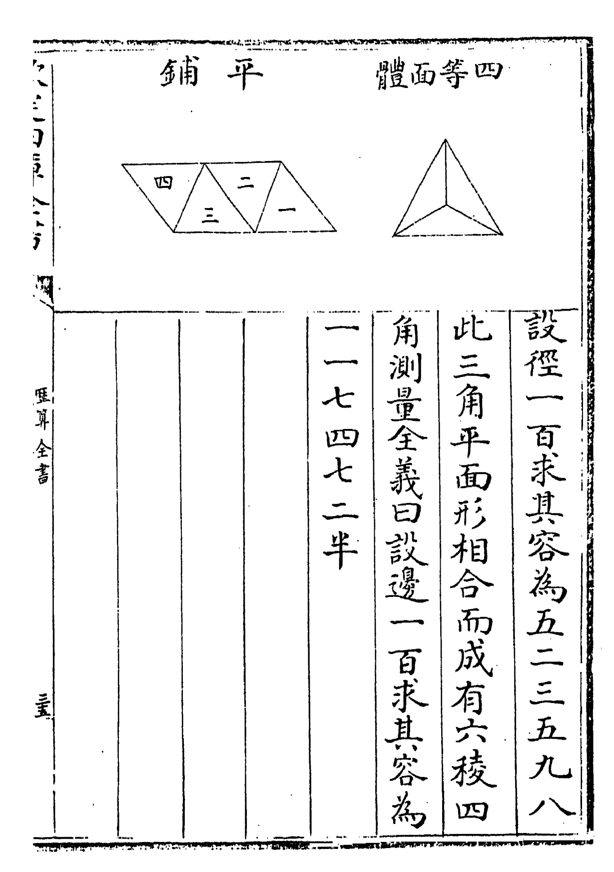
體之有法者曰立方曰立圓曰四等面曰八等面曰十二等面曰二十等面凡六種外此皆不能為有法之體

六等面體　平鋪　渾圓體

二
一　三　五　六
四

六等面體各面皆正方即立方也有十二棱八角測量全義曰設邊一百求其容為一〇〇〇〇〇〇

渾圓體亦曰球體即立圓也幾何補編曰同徑之立方積與立圓積若六〇〇〇〇〇〇與三一四一五九二



設徑一百求其容為五二三五九八

此三角平面形相合而成有六稜四角測量全義曰設邊一百求其容為一一七四七二半

八等面體　　平鋪

此體各面亦皆三等邊形有十二稜六角測量全義曰設邊一百求其容為四七一四二五有奇

十二等面體　　平鋪

此體各面皆五等邊有三十稜二十角測量全義曰設邊一百求其容為七六八六三八九

二十等面體

平鋪

此體各面亦皆三等邊有三十稜十二角按幾何補編二十等面體設邊一百其積二百一十八萬一八二八測量全義作邊一百容五二三八〇九相差四倍故今不用

分法

置公積百萬依算法開各類之根則立方六等面體

之根為一百四等面體之根為二〇四八等面體之根為一二八半十二等面體之根為五〇半强二十等面體之根為七七圓球之徑為一二四原本十二等面根五〇二十等面根七六圓徑一二六今並依幾何補編改定因諸體中獨四等面體之根最大故本線用二〇四平分之從心數各類之根至本數加字

用法一　有各類之立體以積求根即開各類有法體之方

法皆以設積于立方線求其根乃移置更體線求本

號之根即得

假如有十二等面體其積八千問邊若干法以一千之根十為立方一點之底定尺而取八點之底得二十為所變立方之根次以二十為本線上立方號之底而取十二等面號之底得一十〇強即十二等面之一邊做此他

用法二　有各類之立體以根求積　法先以所設根變為正方根乃于立方線求其積

假如有二十等面體其邊三十一弱問積法以根三十一弱為本線二十等面號之底定尺而取立方號之底得四十弱為所變立方之邊次于立方線以一十為一點之底而以四十進退求等數得十六點命其積一萬六千如所求邊一十其積一千則邊四十積一萬六千

用法三 有不同類之體欲相併為一此以體相加之法並變為正方體積即可相併

假如有三立體甲渾圓體徑一百二十四乙二十等面體邊七

丙十二等面體〇邊五十七半 欲相併用前條法各以積變為立方積則三體之積皆一百萬併之得三百萬

如所求

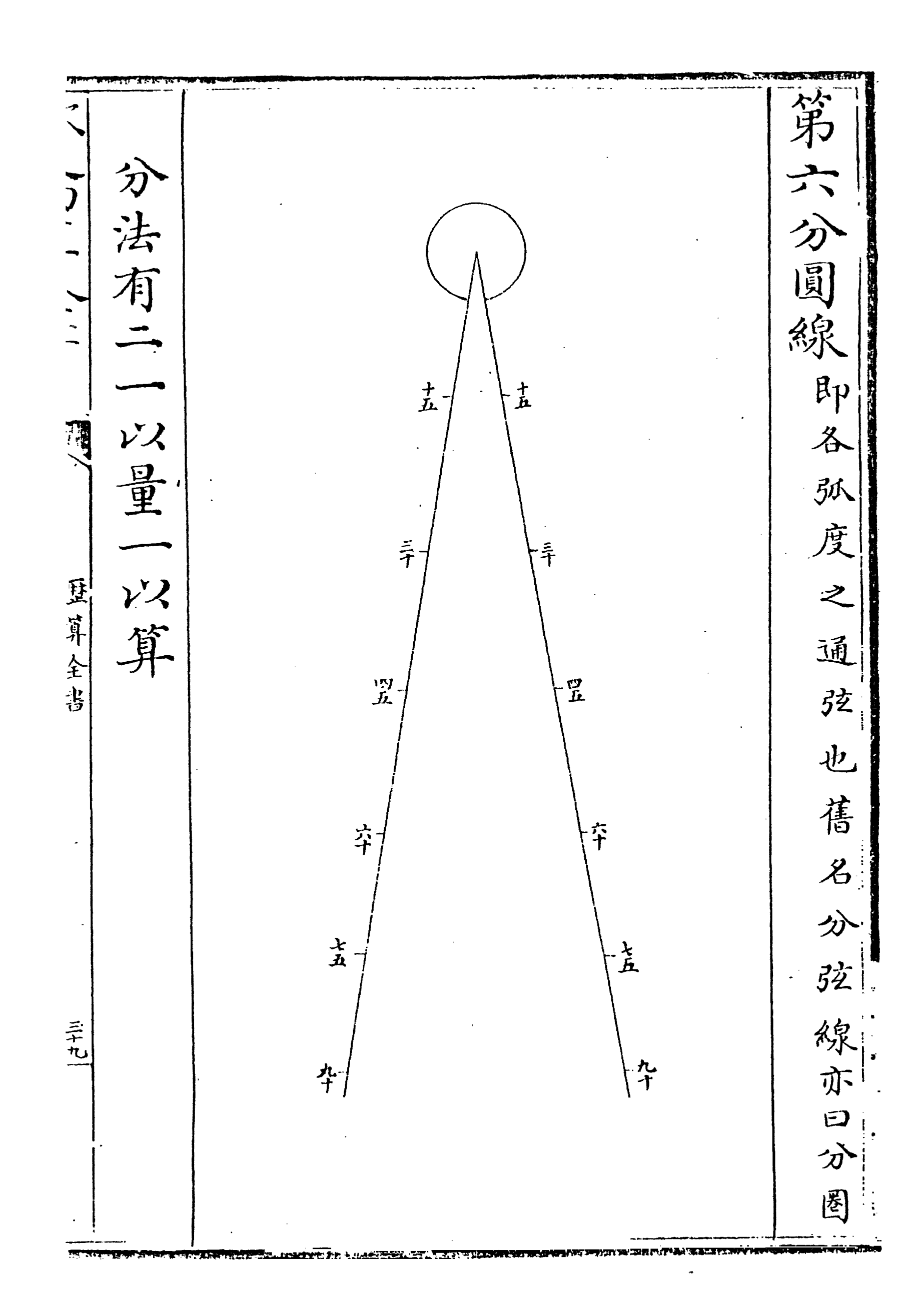
用法四 有不同類之兩體求其比例與其較此以體相減之法 法各變為立方體即可相較以得其比例並同更

面線法

以量分　法作半方形如甲乙丙令甲丙斜弦與本線等長以乙方角為心甲為界作象限弧如甲丁丙乃匀分之為九十度各識之次從甲點作直線至各度移入尺上識其號　若尺小可作六十度即本線之長為六十度號　若尺大可作一百八十度即本線之半為六十度號

以算分　法用正弦表倍之為倍度之通弦　假如求

第六分圓線即各弧度之通弦也舊名分弦弦線亦曰分圈



分法有二一以量一以算

甲
戊
乙
丁
丙

假如有甲乙丙全圈有甲丙徑求五十度之弧即以甲丙徑半之于丁以甲丁半徑為本線六十度之底定尺而取五十度之底如甲乙直線以切圓分即得甲戊乙弧為五十度如所求

用法二　若以弧問徑則反之

如先有弧分如甲戊乙為五十度而問全徑法從弧兩端聯之作直線如甲乙用為本線五十度之底定尺

六十度通弦即以三十度之正弦(五〇〇〇〇)倍之得(一〇〇〇〇〇)即六十度之通弦他皆若是

試法十八為半周十之一(即全圈二十之一也)三十六為半周五之一(即全圈十之一)四十五為半周四之一(即全圈八之一)七十二為半周五之二(即全圈五之一)九十為半周之半(即全圈四之一謂之象限)百二十度為半周三之二(即全圈三之一)

用法一　有圓徑求若干度之弧以半徑當六十度取之

作辛庚直線末以甲丁為六十度之底定尺乃用丁戊為底進退求其等度之號得甲角之度用辛庚為底亦得乙角之度合兩角減半周得丙角度

如甲角六十五乙角四十則丙角必七十五

用法四　平面等邊形求其徑

假如有五等邊平面形欲求徑作圖即對角輳心直線法以設邊為分圓線七十二度之底而取其六十度之底為半徑以作平圓末以原設邊為度分其周為五平

而取六十度之底為半徑甲丁倍之得全徑甲丙

用法三　直線三角形求量角度

法以角為心任用規截角旁兩線作通弦如法得角度

假如甲丙乙三角形不知角法任用甲丁度以甲為心作虛圈截甲丙線于丁截甲乙線于戊次作丁戊直線次即用甲丁原度以乙為心如法截甲乙于辛截丙乙于庚

分即成五等面如所求他等邊形並同

五等邊形有一邊如丙乙如法求得乙甲半徑以甲為心乙為界作平圓丙以丙乙邊度分其圓得丁戊巳等點作線聯之即成五等邊形而所作圓即外切之圓

數從樞心至各度分之每十度加號

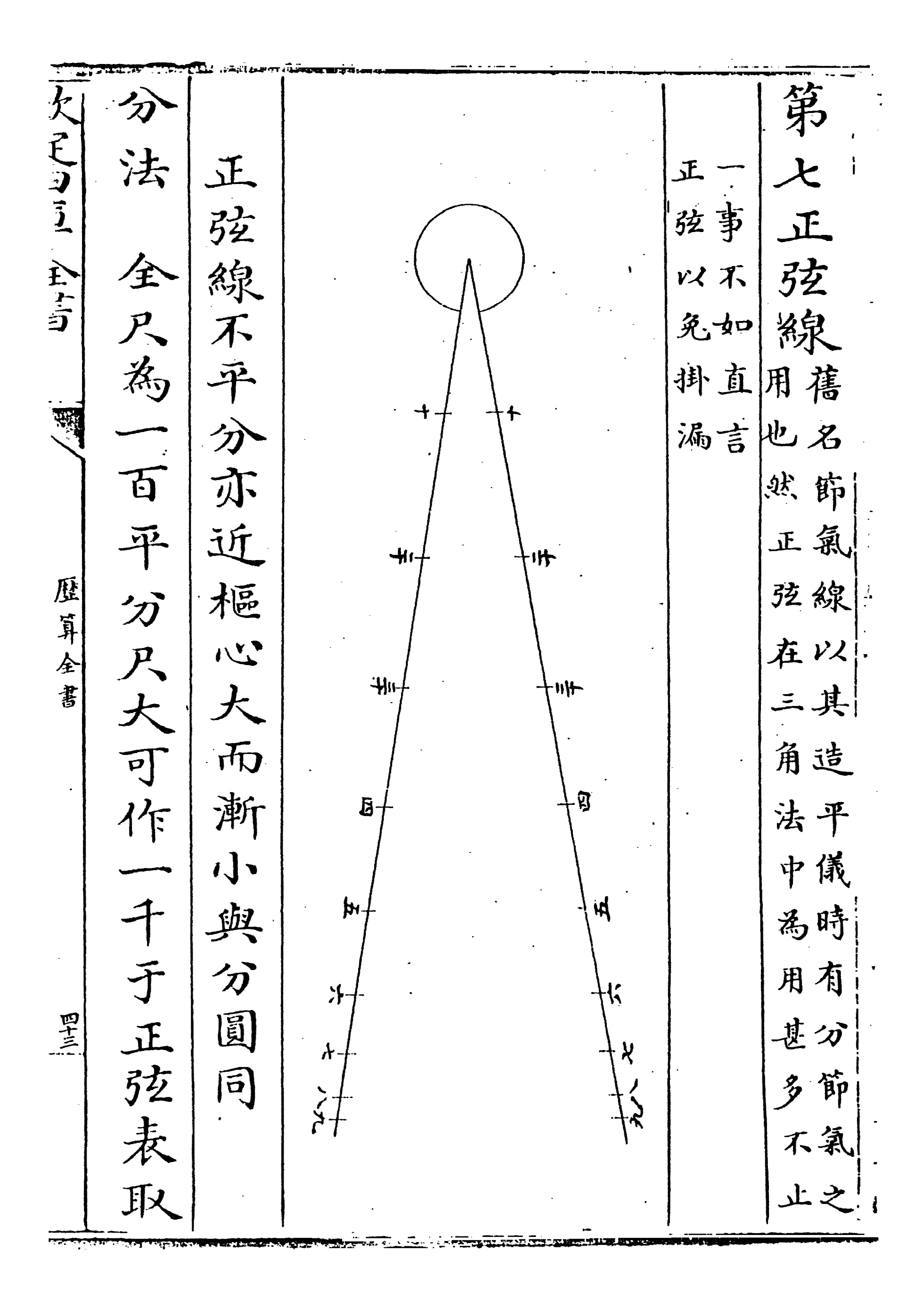
簡法　第一平分線可當此線其線兩傍一書平分號一書正弦號

又法　分圓線可當此線以分圓線兩度當正弦一度紀其號

假如分圓六十度齡即紀正弦三十但分圓之號直書則正弦橫書以別之

分圓　十　二十　三十　四十　五十　六十
正弦　十　二十　三十

第七正弦線舊名節氣線以其造平儀時有分節氣之用也然正弦在三角法中為用甚多不止一事不如直言正弦以免掛漏



正弦線不平分亦近樞心大而漸小與分圓同

分法 全尺為一百平分尺大可作一千于正弦表取

弦線九十度之底定尺而取七十五之底為正弦如所求

用法二 有弧度之正弦數求徑數則以前條反用之

假如有七十五度之正弦數即用為本線七十五度之底定尺而取其九十度之底得半徑數

用法三 句股形有角度有弦求句求股法以弦當半徑正弦當句與股

假如句股形之弦二丈有對句之角

解曰凡正弦皆倍度分圓之半故其比例等然則分圓之一度即正弦之半度而半度亦可取用為尤便也

如圖甲乙為通弦甲丙乙丙皆正弦

用法一　有設弧求其正弦法以九十度當半徑

假如有七十五度之弧求正弦即以本圈半徑為正

用法四　三角形以邊求角　假如三角形有乙甲邊甲丙邊及丙角度而求乙角法以乙甲邊數為丙角正弦之底定尺而以甲丙邊為底進退求其等度取正弦線上號為乙角度如所求

用法五　三角形以角求邊

假如三角形有戊角度己角度及庚己邊而求庚戊邊法以庚己邊為戊角正弦之底定尺而取己角正

三十度即取平分線之二十當弦數為正弦線九十度之底而取三十度之底得一十即其句一丈

股一丈七尺三二
弦二丈
三十度
六十度
句一丈

又於其角之餘弦（即六十度正弦）取底得（一十七又三之二弱）即其股為（一丈七尺三寸二分）

若以句求弦則反之如句一丈其句與弦所作之角為六十度其餘角三十度即取一十數為三十度之底定尺而取九十度之底得二十命其弦二丈

三度半之底于地心上下各作點于直線于此點作橫線與赤道平行為二至日道近北極者夏至近南極者冬至也

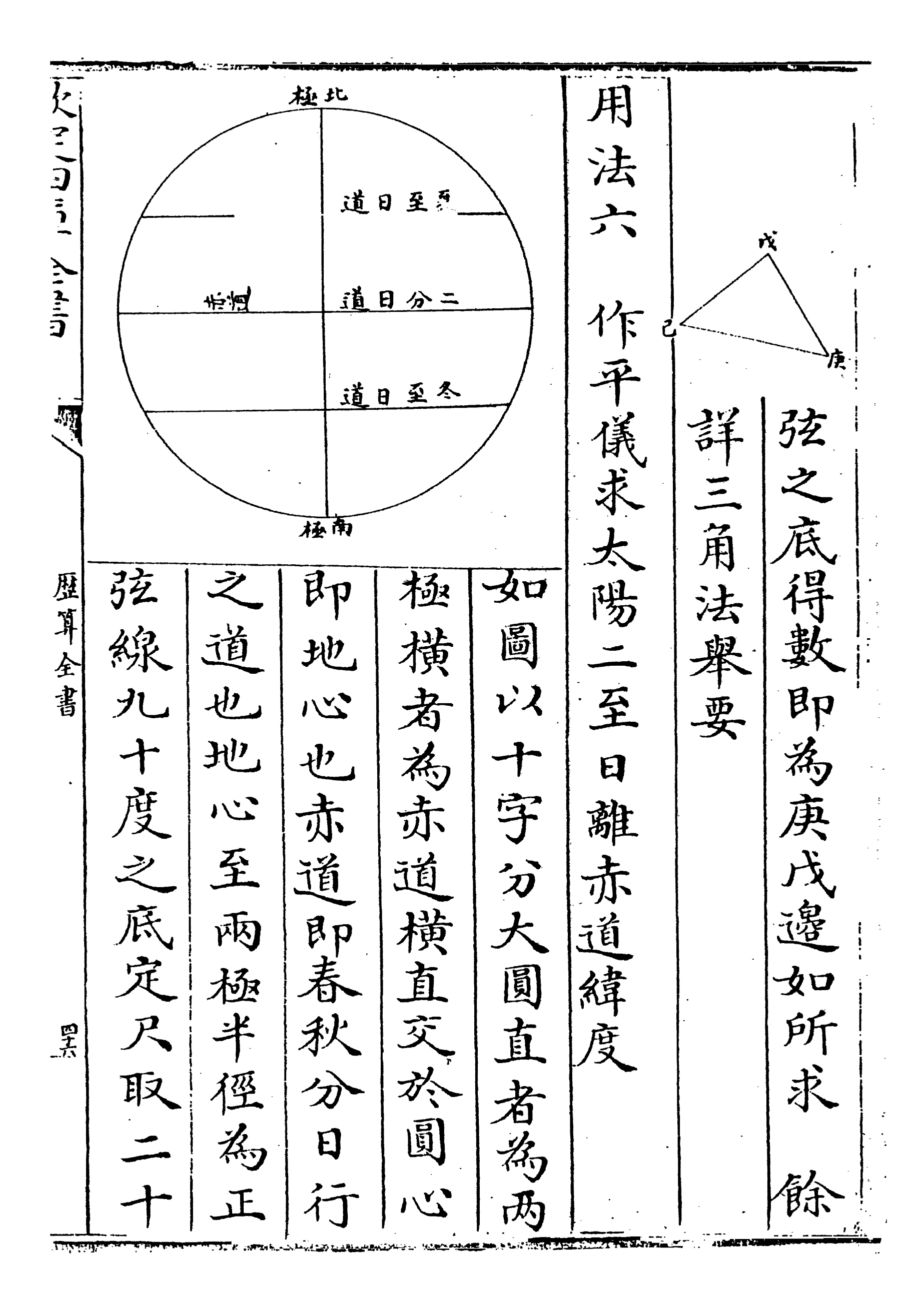
又求作各節氣日道

法先求黄道線

法于夏至之一端作斜線過地心至冬至之又一端即成黄道日行其上一歲一周天者也以黄道半徑為九十度之底定尺每十五度正弦取底移至黄道半徑上並從地心起度

弦之底得數即為庚戊邊如所求 餘

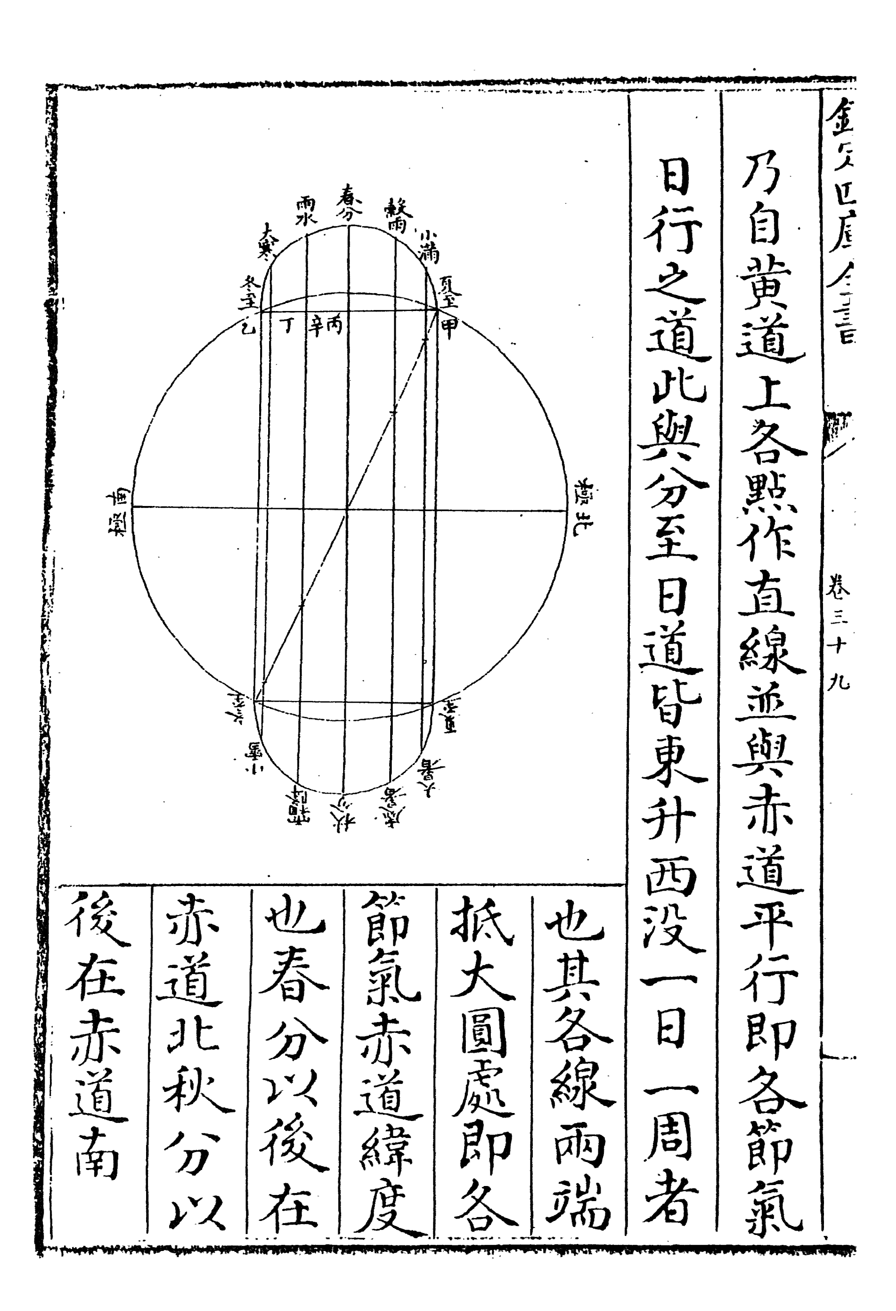
詳三角法舉要



用法六 作平儀求太陽二至日離赤道緯度

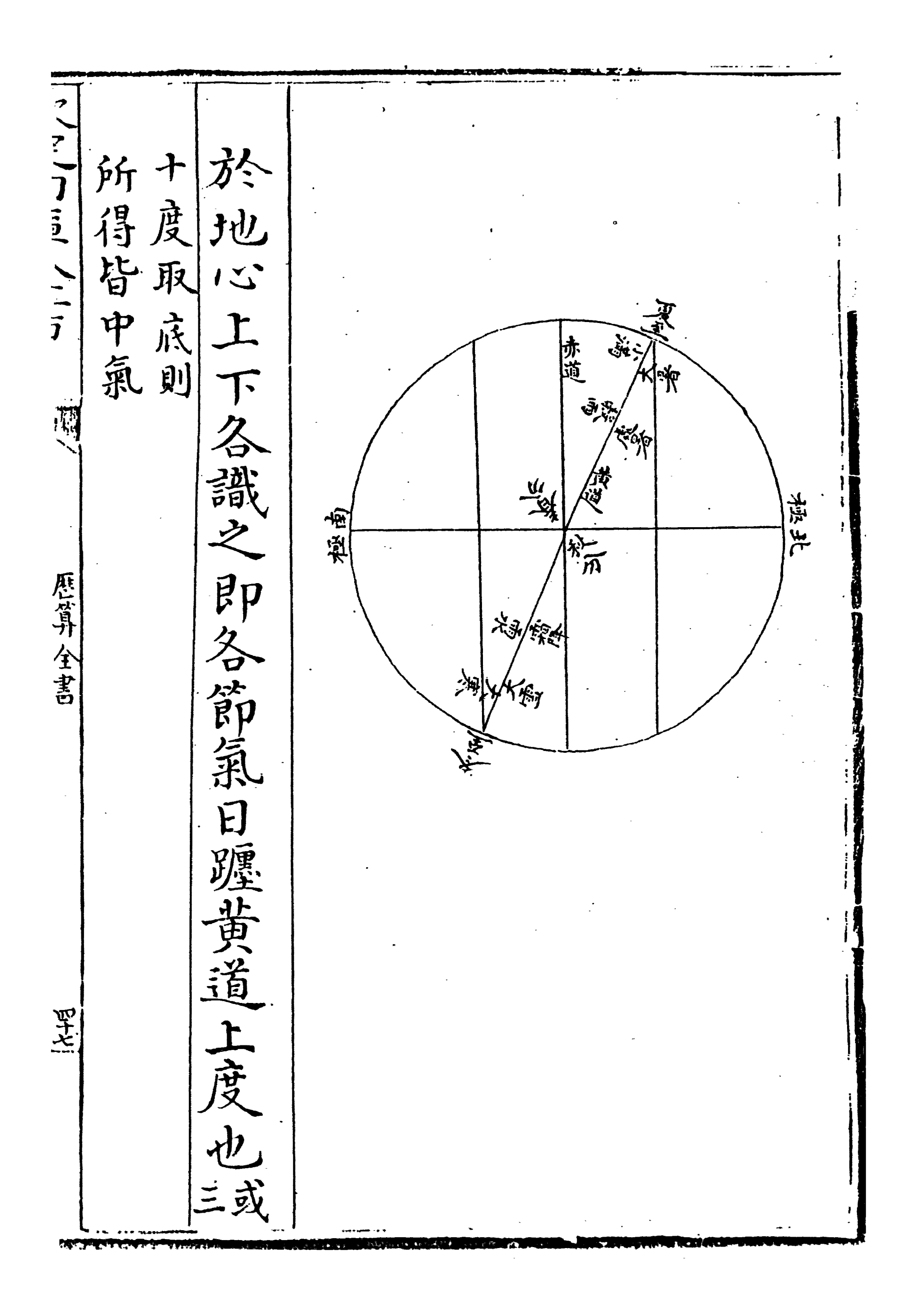
如圖以十字分大圓直者為兩極橫者為赤道橫直交於圓心即地心也赤道即春秋分日行之道也地心至兩極半徑為正弦線九十度之底定尺取二十

乃自黃道上各點作直線並與赤道平行即各節氣日行之道此與分至日道皆東升西沒一日一周者



也其各線兩端抵大圓處即各節氣赤道緯度也春分以後在赤道北秋分以後在赤道南

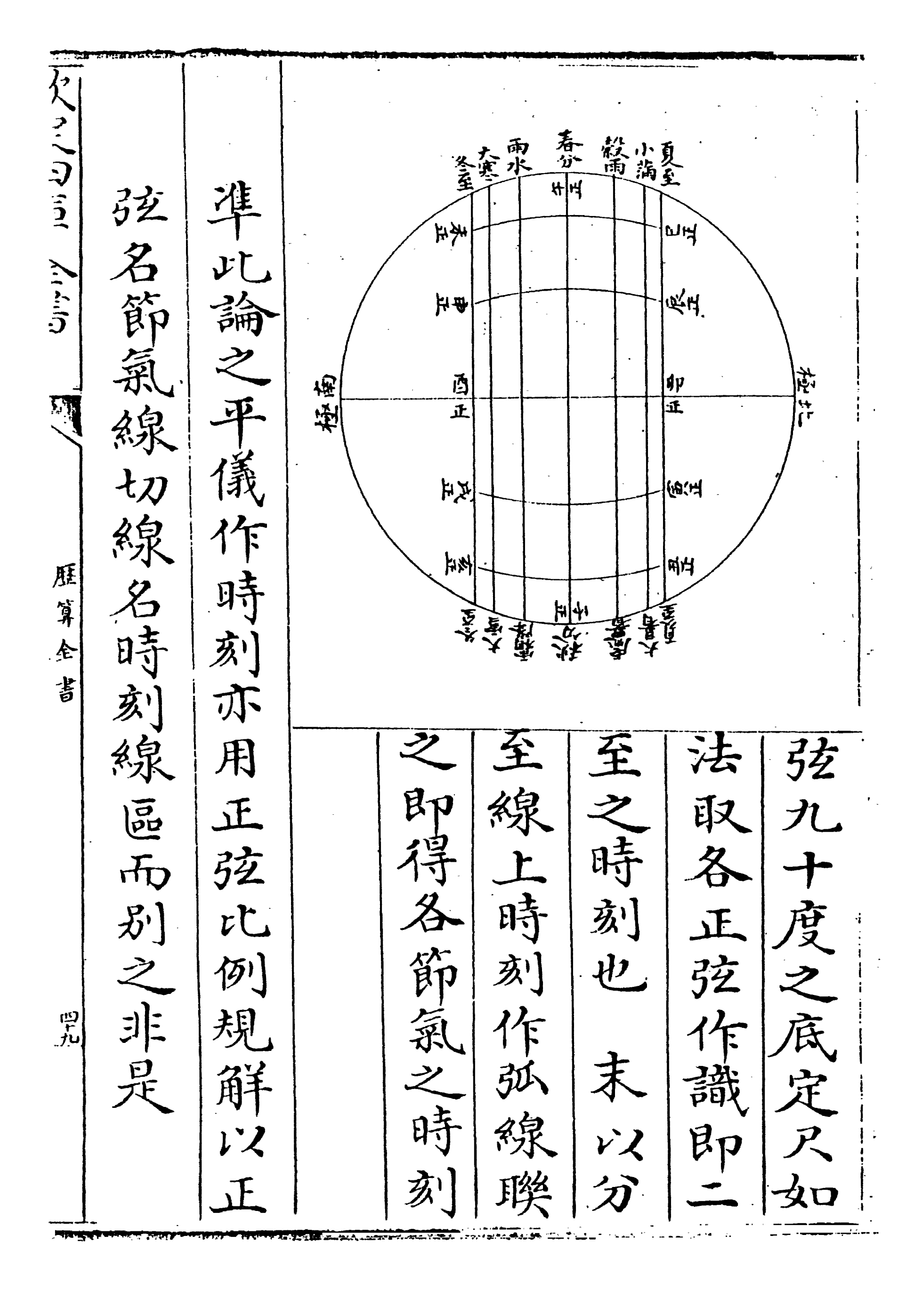
於地心上下各識之即各節氣日躔黃道上度也或三十度取底則所得皆中氣



用法七　定時刻 仍用平儀

法以平儀上赤道半徑為正弦線九十度之底定尺而於各時刻距卯酉之度取其正弦于赤道作識過兩極軸線處即卯正酉正也距此而上三十度午前為辰正午後為申正距此而下三十度子前為戌正子後為寅正距此而上六十度午前為巳正午後為未正距此而下六十度子前為亥正子後為丑正至圓周處上為午正下為子正即春秋分之時刻也欲作各時初正及刻準此求之並以正弦為用每時分初正各加距十五度初正又各分四刻每刻加距三度又四分之三並取正弦如前法又以二至日道之半徑為正

試法于二至日道兩端作橫線聯之如甲乙次以此橫線之半為度如乙丙過赤道處如丙為心作半圈于大圓之上如乙戊甲半圓亦如法作半圈于下兩半圈各勻分十二分作識若但求中氣可分六分上下相向作直線聯之即必與先所作日行道合為一線　又以甲丙為正弦九十度之底定尺而于其各正弦取底亦即與原定日道緯度線合如丙辛三十度之正弦也與赤道旁第一緯線合丙丁六十度之正弦也與第二緯線合左右上下考之並同



弦九十度之底定尺如法取各正弦作識即二至之時刻也　末以分至線上時刻作弧線聯之即得各節氣之時刻

準此論之平儀作時刻亦用正弦比例規解以正弦名節氣線切線名時刻線區而別之非是

分法　簡切線本表八十度之切線五六七即于尺上

作五六七平分次簡各度數分之逢十加識

用法一　三角形求角

假如乙甲丁三角形求乙角任截角

旁線于丙得乙丙十寸自丙作垂線

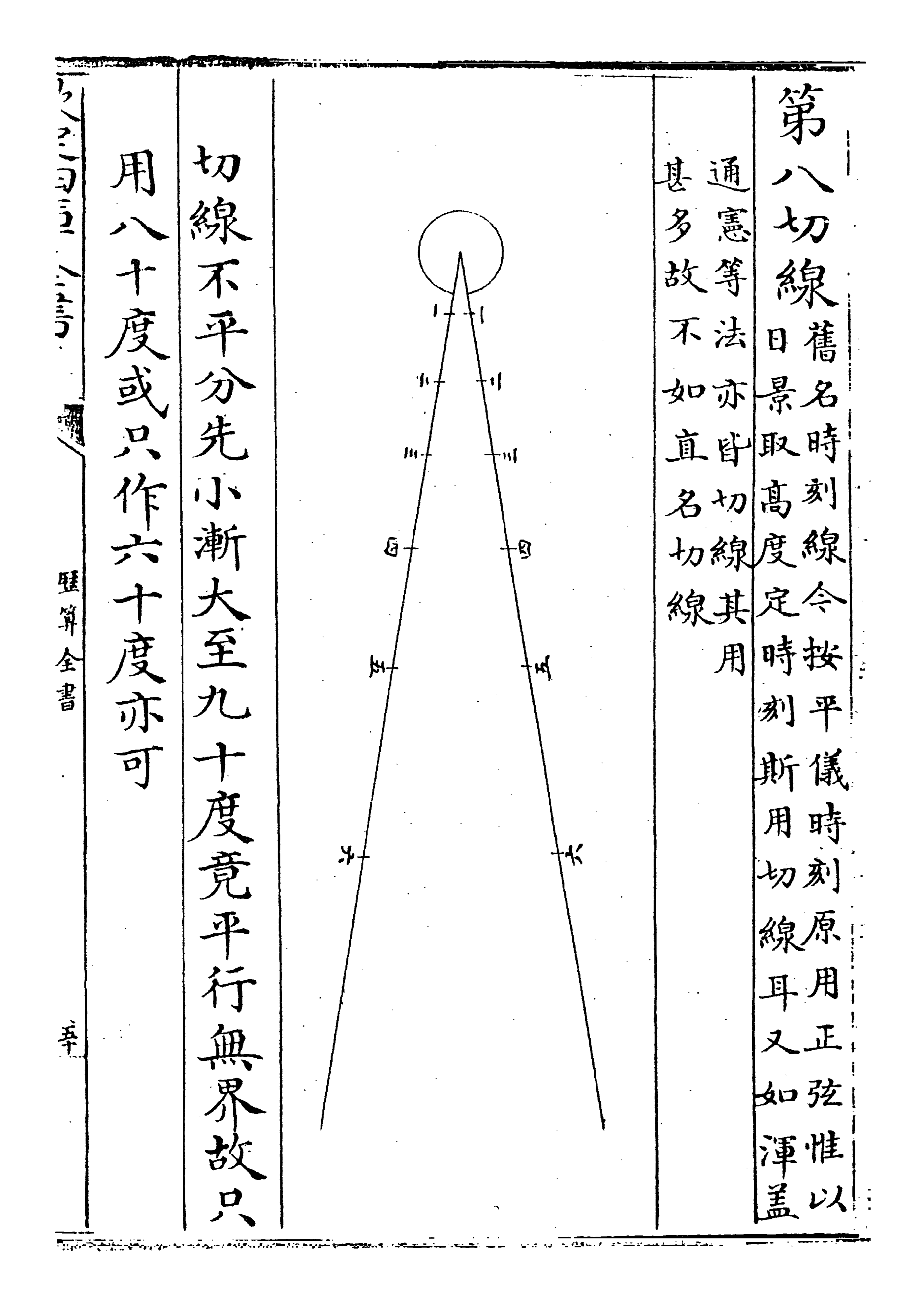
戊丙量得七寸次用十數為切線四十五度之底定

尺而以戊丙七數為底進退求等度得三十五度為

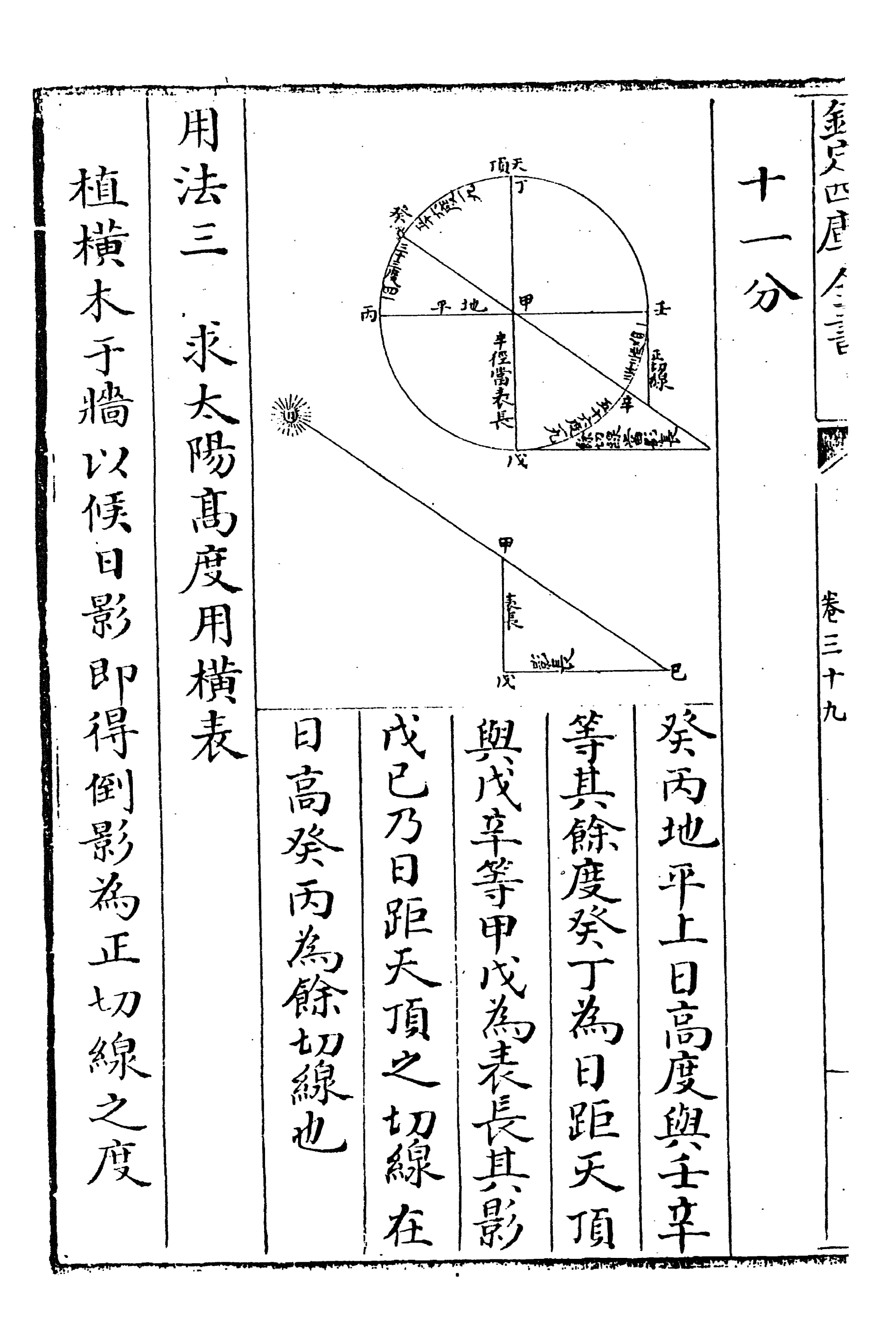
乙角

第八切線

舊名時刻線令按平儀時刻原用正弦惟以日景取高度定時刻斯用切線耳又如渾蓋通憲等法亦皆切線其用甚多故不如直名切線



切線不平分先小漸大至九十度竟平行無界故只用八十度或只作六十度亦可



十一分

癸丙地平上日高度與壬辛等其餘度癸丁為日距天頂與戊辛等甲戊為表長其影戊已乃日距天頂之切線在日高癸丙為餘切線也

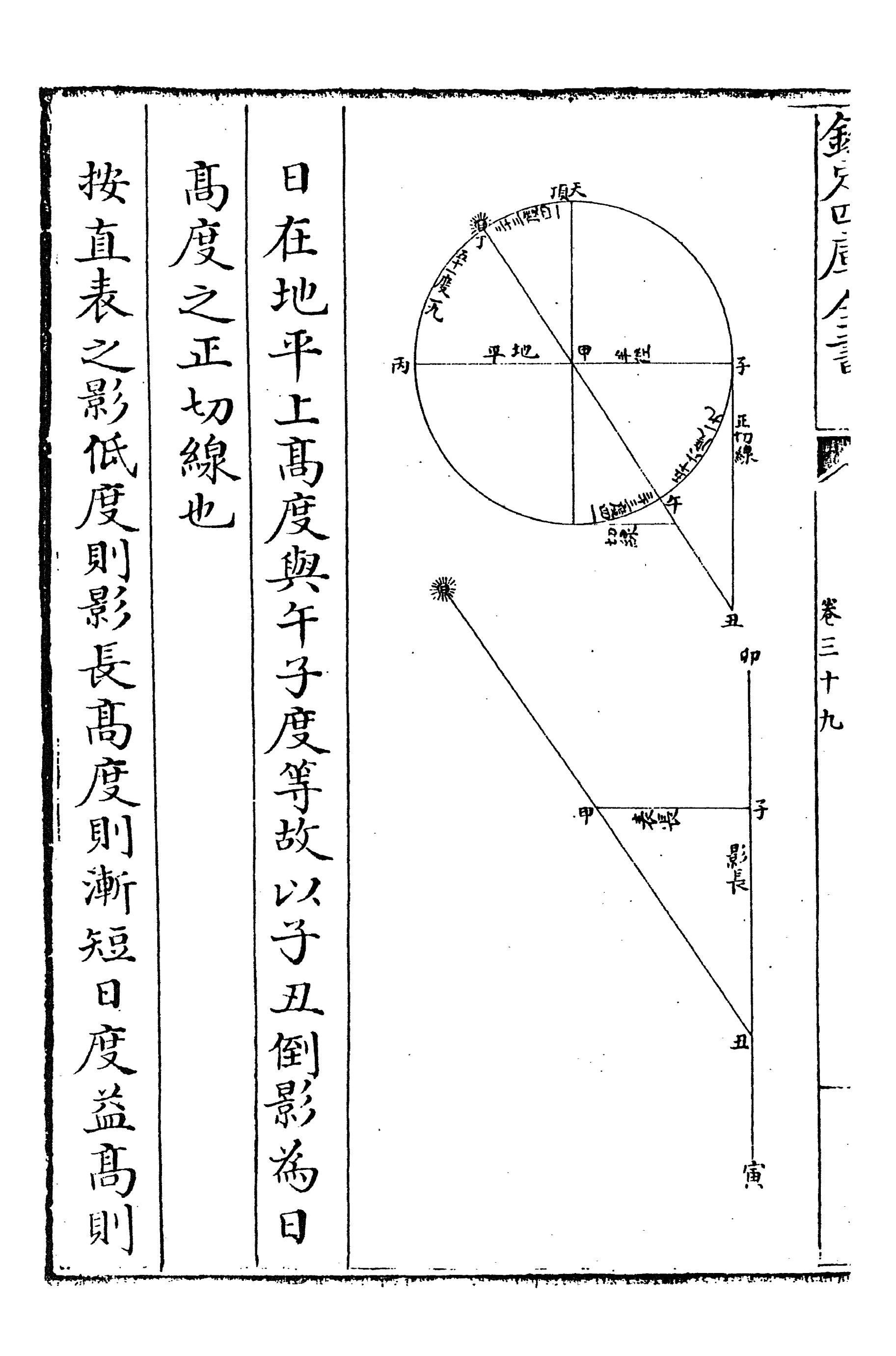
用法三　求太陽高度用橫表

植橫木于牆以候日影即得倒影影為正切線之度

用法二　求太陽地平上高度用直表

法曰凡地平上直立之物皆可當表以表高數為切線四十五度之底定尺而取表影數為底進退求等度得日高度之餘切線

假如表高一丈影長一丈五尺法以丈尺變為數用一十數當表高為切線四十五度之底定尺次以一十五數當影長為底進退求等度得五十六度十九分為日高之餘度以減九十度得日高三十三度四



日在地平上高度與午子度等故以子丑倒影為日高度之正切線也

按直表之影低度則影長高度則漸短日度益高則

假如橫表長一尺倒影在墻壁者長一尺五寸法用十數當橫表為四十五度之底定尺次以十五數當影長進退求等度得五十六度十九分即命為日高之度

凡亭臺之内日影可到者量其簷際之深可當橫表

卯寅牆　子甲為橫表

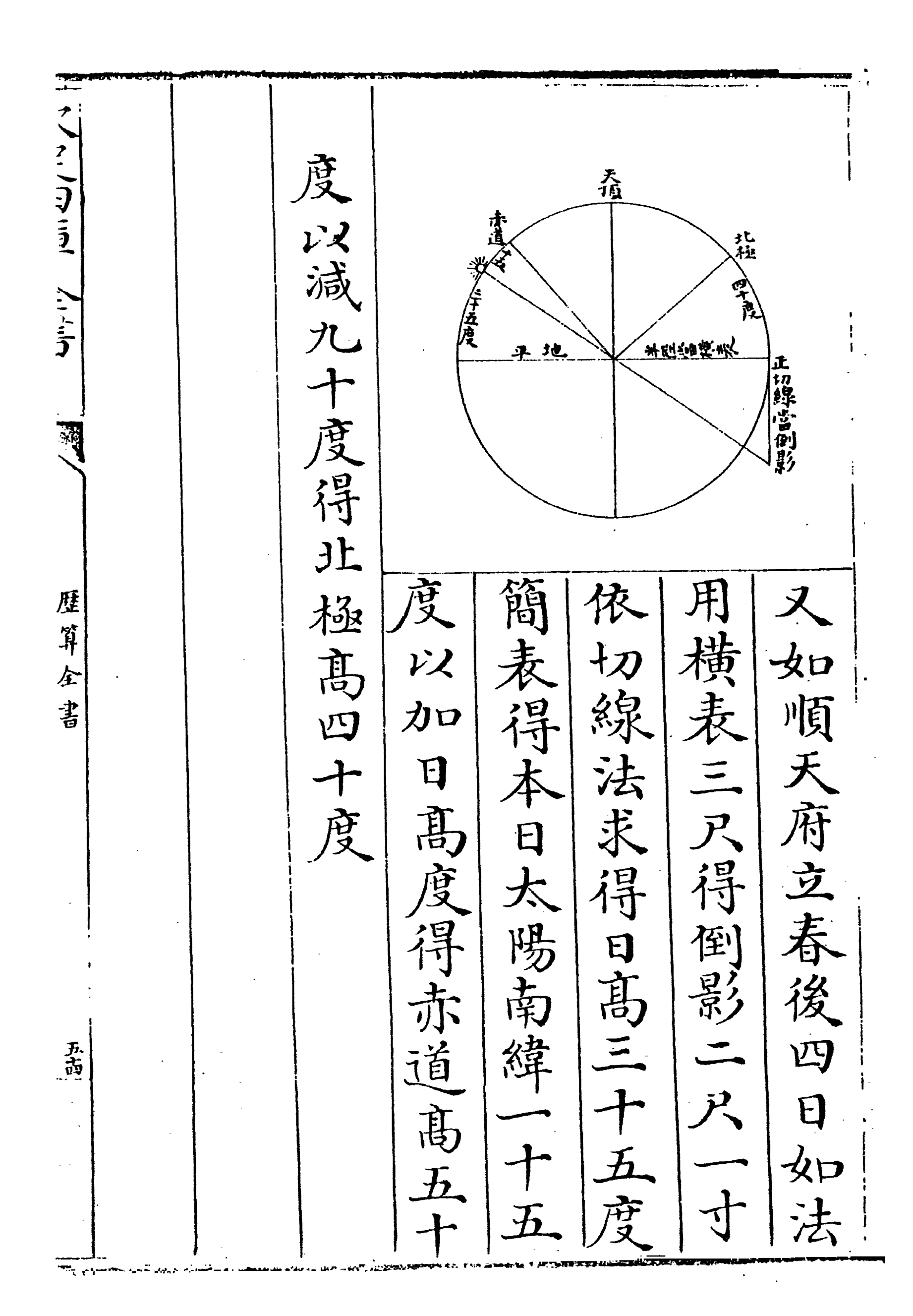
太陽光從丁過表端甲射丑戍子丑倒影丁丙為

得一十三度半如法以減九十度得七十六度半為日出地平上髙度簡黄赤距度表是日太陽北緯一十九度以減日髙度得赤道髙五十七度半轉減九十度得北極髙三十二度半捷法以直表所得一十三度半加太陽北緯十九度即得三十二度半為北極髙度

解曰直表所得太陽距天頂度也加北緯即赤道距天頂度亦即北極出地度

影極短故以餘切線當直影前圖是也横表之影低度則影短高度則漸長日度益高則影極長故以正切線當倒影後圖是也比例規解乃俱倒説今正之

用法四　求北極出地度分　假如江寧府立夏後九日午正立表一丈測得影長為二尺四寸法以一百數當表高為切線四十五度之底定尺而以二十四數為底進退求等數



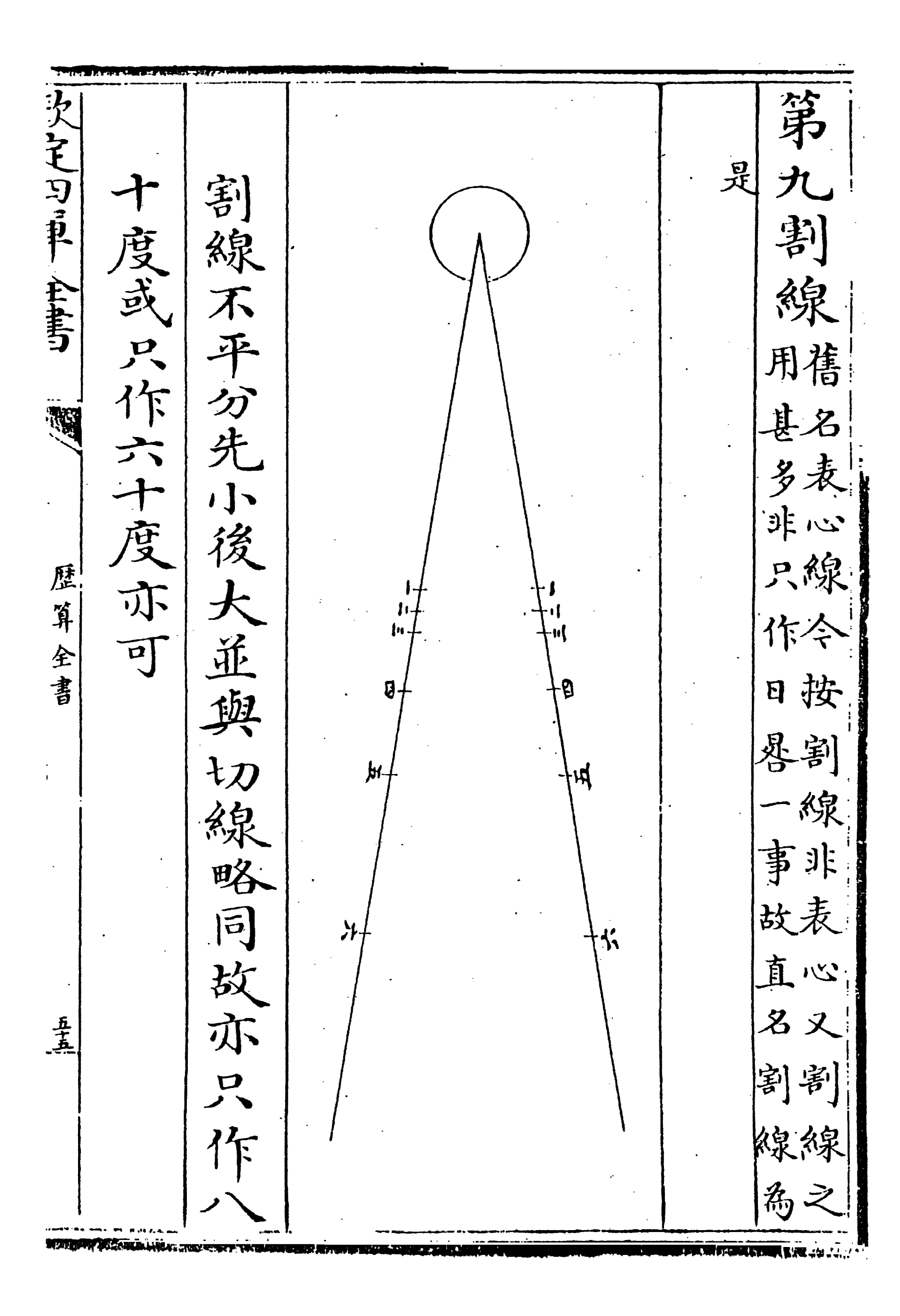
又如順天府立春後四日如法
用橫表三尺得倒影二尺一寸
依切線法求得日高三十五度
簡表得本日太陽南緯一十五
度以加日高度得赤道高五十
度以減九十度得北極高四十度

分法　用割線本表八十度之割線五七五平分之其初點與切線四十五度等次依表作度加識

用法一　三角形以割線求角

假如有甲乙丙三角形求甲角法任于甲角旁之一邊截戊甲十寸作垂線如戊丁截又一邊于丁得丁甲十九寸次以十數為割線初點之底定尺而以十九數為底進退求等數得五十八度一十七分為甲角之

第九割線舊名表心線令按割線非表心又割線之用甚多非只作日晷一事故直名割線爲是



割線不平分先小後大並與切線略同故亦只作八十度或只作六十度亦可

日晷圖

此以上說與圖並仍原書以後則原書有訛今訂定

八十二度半合線末元定之點若遞加三度四十五分而取底作識即每時四刻全矣按每七度半加點乃二刻也今每三度四十五分則一刻加點

訂定法曰橫線上定時刻訖次取甲交點左右各十二刻之度即元定四十五度之切線亦即半徑全數為割線上北極高度之底定尺而取割線初點

度

用法二　作平面日晷兼用割切二線

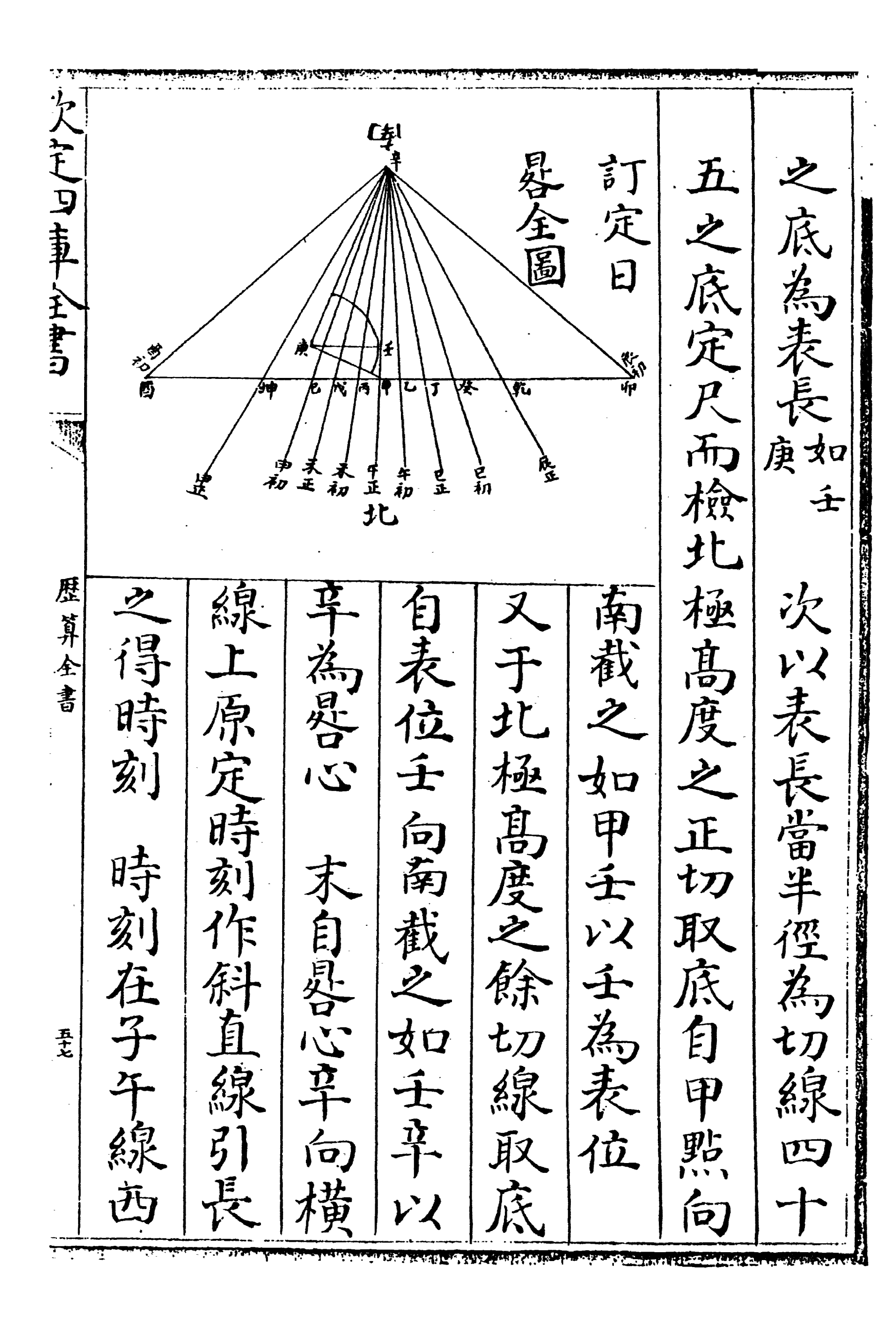
法曰先作子午直線卯酉橫線十字相交于甲以甲為正午時從甲左右儘橫線盡處為度于切線八十二度半為底定尺次于本線七度半取底向卯酉橫線上識之自甲點起為第一時如甲丙甲乙次每加七度半取底如前作識為各時分如七度半加之成十五度即第二時又遞加如二十二度半三十度三十七度半四十五度五十二度半六十度六十七度半七十五度至八

者乙為午初丁為巳正癸為巳初又加之即辰正又加之即辰初在子午線東者丙為未初戊為未正巳為申初又加之即申正又加之即酉初並遞加四刻

謹按卯酉線即赤道線也二分之日日躔赤道日影終日行其上庚甲割線正對赤道正午時日影從庚射甲成庚甲影弦若巳末午初則庚點之影不射甲而射乙而庚甲影弦如半徑乙甲如切線矣以庚甲為切線上半徑而遞取各

之底為表長如壬庚　次以表長當半徑為切線四十五之底定尺而檢北極高度之正切取底自甲點向南截之如甲壬以壬為表位　又于北極高度之餘切線取底自表位壬向南截之如壬辛以辛為晷心　末自晷心辛向橫線上原定時刻作斜直線引長之得時刻　時刻在子午線西

訂定日晷全圖



表長初點者半徑也本宜以半徑求割線令先有割線故轉以割線求半徑也既以庚壬表長為半徑庚甲為割線則自有壬甲切線而表位亦定矣表位既定則庚甲影弦能指赤道矣何以言之表端壬庚甲角既為極高度則庚角必赤道高度而庚甲能指赤道也故北極高度高則庚角大甲角小而庚壬表短壬甲之距遠北極度低則赤道高甲角大而庚壬表長壬甲之距近比例規解乃以表位定于甲點失其理

七度半之切線以定左右各時刻之點並日影從庚所射也然此時庚甲之度無所取故即用赤道線四十五度之切線代之用切線實用庚甲也庚甲既為切線之半徑則必與四十五度之切線同長

以四十五度當半徑而取切線以定時刻此天下所同也然赤道高度隨各方北極之高而變庚甲割線何以能常指赤道則必于表之長短及表位之遠近別之故以庚甲當北極高度之割線而取其初點為

用法三　先有表求作日晷　借用前圖可解

法先作子午直線任于線中定一點為表位如壬乃以表長數壬庚為切線四十五度之底定尺而取本方北極出地度之底得壬甲正切度于表位北作點如甲次於甲點作卯酉横線與子午線十字相交即赤道線春秋分日影所到也又取極高餘度之底得壬辛餘切線于表位南作點如辛即晷心也若自表端庚作直線至晷心辛即為兩極軸線

矣遂復誤以割線為表長餘割線為晷心而強以割線名為表心線名實盡垂貽誤來學此皆習其業者原未深諳強為作解而即有毫釐千里之差立法者之精意亡矣故特為闡明之

庚壬表上指天頂下指地心為半徑壬表位壬甲為正切線辛晷心辛壬為餘切線甲角即赤道高度壬庚甲角即北極高度與辛角等

自晷心作線至表端能上指北極為兩極軸線又立晷書時刻並逆旋與平面反然以立晷正立于北與平晷相連成垂線則其時刻一一相符

用法五 用横表作向東向西日晷

假如立面向正東法于近南作直線上指天頂下指地心近上作横線與地平相應兩線相交于甲以甲為心于兩線間作象限弧自下起數至本方北極出地度止自此向甲心作斜直線以分弧度

辛指南極庚指北極也次以表長庚壬與壬甲正切相連作正方角則庚壬如句壬甲如股而取其弦線庚甲即極出地正割線也次以庚甲為切線四十五度之底定尺而各取七度半之底累加之于甲點左右作識于卯酉横線上末自晷心辛作線向所識點即得午前後時刻並如前法

用法四 有立面向正南作日晷並同平面法但以北極高度之餘切線定表位以正切線定晷心則

字相交（small）次于元定尺上（即以表長為四十五度所定）取二十三度半之切線為度于甲左右截之為界（如丁甲如戊甲）即二至卯正時日影所到也（二分日卯正則乙甲表正對日光無影分前後則有緯度而影亦漸生日日不同然不離丁戊線至二至而極冬至影在北如丁夏至影在南如戊以此為界向西酉正時亦然）仍用元尺取（每十五度之黃赤距緯）切線作于丁戊線內從甲點左右作識得各節氣卯正日影（或取三十度切線則所得每月中氣酉正亦然）

次以乙甲表長為割線初點之底定尺而取十五度

甲 初辰 正辰 初巳 正巳 北極高度角 赤道 初午

此線即為赤道次以甲為表位用橫表乙甲之長取數為切線四十五度之底定尺遞取十五度切線從心向赤道線累加之作識定時即春秋分日影所到也若分二刻則遞取七度半細分每刻則遞取三度四十五分次于甲心作橫斜線如丁戊為赤道之垂線其餘時刻點各作線與丁戊平行亦並與赤道十

然又遞取每三十度之黃赤距緯切線從辛至壬作點為各中氣界此向南日影界乃赤道北半周節氣其辛點向北作界為南半周亦然自此而辰正而巳初而巳正以至午初並同乃于節氣界作線聯之即成正東日晷其面正西立晷作法並同但其時刻逆書自下而上最下為未初次未正次申初次申正次酉初而至酉正則横表正對日光而無影矣此亦二分日酉正也其餘節氣亦有短影而不出本線與卯正同

之割線為二分日在辰初刻之影弦如乙辛即天元赤道上日離午線十五度其光過乙至辛所成也就以乙辛割線為切線四十五度之底而取二十三度半之底自辛點左右截橫線並如辛壬

為冬夏至辰初刻日影所到之界辛壬在南為夏至其在北為冬至亦

各一分内四平之為刻限次于甲心出直線過各時限至直線成六時過各刻限者成刻乃作識紀之並如後圖

尺短移直線近甲心取之移進線並與原直線平行以過第六時第二刻為度

如己戊虛線過丁戊線于戊即戊為第六時之二刻

新增時刻線以切線分時刻本亦非誤但切線無半度取度難清今另作一線得數既易時刻尤真

分法依尺長短作直線如後圖乙丙於線端作橫垂線如乙甲為乙丙垂線又作直線略短與設線平行交橫線如十字如甲己線交橫線于甲以甲為心作象限弧六平分之為時限

用法　凡作日晷並以所設半徑置第三時為底定尺而取各時刻之底移于赤道線上午前午後並起午正左右為第一時依次加識即各得午正前後時刻並如前法

第十五金線 即輕重之學

物有輕重以此權之獨言五金者以其有定質也

五金之性情有與七政相類者因以為識

金太陽　水銀水星　鉛土星　銀太陰　銅太白　鐵火星　錫木星

分法 用各分率及立方線

比例率 先取諸色金造成立方體其大小一般無二乃權其輕重以為比例

黄金一

水銀一又七十五分之三十八 儀象志作九十五分之三十八

鉛一又二十三分之一十五

銀一又三十一分之二十六

銅二又九分之一

鐵二又八分之三

錫二又三十七分之二十一比例規解原作三十七分之一則錫率反小于銅鐵而輕重之序乖今依儀象志

金體最重故以為準自尺心向外任定一度為金之根率自此依各率增之並以金度為立方線上十分之底定尺次依各率為底進退求等數取以為各色五金之根率自心向金率點外作識

解曰此同重異積之率也于立方線上求得方根作識于尺則同重異根之率也金體重則其積最少謂立

方體積各色之金謂銀鉛等體並輕于金故必體積多而後能與之同重然立積雖有多少非開方不得其根之大小故必于立方線求之也

又解曰先以同大之立方權之得各率者同根異重之率也而即列之為同重異根之率何也蓋以根求重則金最重而他色輕以重求根則金最小而他色大其事相反然其比例則皆等假如金與銅之比例為一與二強若體同大則金倍重于銅矣若其重同

者則銅之體必倍大于金其理一也

又法　用立方根比例率

黃金一六六弱

水銀一九一弱

鉛二〇二

銀二〇四

銅二一三

鐵二二二

錫二二八

用法一　有其色金之立方體求作他色金之立方體與之同重或立圓及各種等面體並同

假如有金球之徑又有其重今作銀球與之等重求徑若干法以金球徑數置本線太陽號為底定尺而取太陰號之底數作銀球之徑即其重與金球等

用法二　若同類之體其根同大求其重

假如有金銀兩印章體俱正方而其大等既知銀重

而求金重法以銀圖章之根數置太陰號為底定尺而取太陽號底數次于分體線上以銀章重數為兩弦太陽號底定尺而轉以太陰底數（即銀章根數）進退求等弦得數即金章之重

輕重比例三線法 附

重學為西法一種其起重運重諸法以人巧補天工實宇宙有用之學五金輕重又重學中一種盖他物難為定率可定者獨五金耳然比例規觧雖載其術而數多抵梧未可全據愚參以靈臺儀象志其義始確因廣之為三線曰重比例曰重之容比例曰重之根比例既列之矩筭復為之表若論以發其凡康熙壬戌長夏勿菴梅文鼎謹述

重比例 異色之物 體積同輕重異

水與蠟若廿二與廿一		一九八 一八九
與蜜若二十與廿九		一二〇 一七四
與錫若五與三十七		〇二五 一八五
與鐵若一與八		〇二四 一九二
與銅若一與九		〇二一 一八九
與銀若三與三十一		〇一八 一八六
與鉛若三與廿三		〇一六 一八四
與頑若七與九十五		〇一四 一九〇
與金若一與十九		〇一〇 一九〇

解曰重比例者同積也積同而求其重則重者數多輕者數少若反其率則為容積比例矣

用法　假如有金一件不知重法以水盛器中令滿權其重乃入金其中則水溢溢定出金乃復權之則水之重必減于原數矣乃以所減之重變為線于比例尺置于水點為底乃于金點取大底即金重也　又如有玉刻辟邪今欲作銅者與之同大問用銅幾何法如前以玉器入水取水減重之數置水點為底取

銅點大底即得所求若作諸器用蠟為模亦同或以蠟輕難入水者竟以蠟重于蠟點為底而取銅點大底更妙也

重之容比例輕重同則容積異亦謂異色之物

蠟與水若廿一與廿二		一八九	一九八
水與蜜若廿九與卅		一七四	一二〇
與錫若卅七與五		一八五	〇二五
與鐵若八與一		一九二	〇二四
與銅若九與一		一八九	〇二一
與銀若卅一與三		一八六	〇一八
與鉛若廿三與二		一八四	〇一六
與須若九十五與七		一九〇	〇一四
與金若十九與二		一九〇	〇一〇

解曰容比例者同重也同重而求其積則重者積數少輕者積數多反其率亦即為輕重之比例矣

又解曰容積比例以立方求其根則為根比例矣故輕重當為三線也

用法　假如有水若干重盛器中滿十分有須與水同重盛此器中問幾何滿法以水滿十分之數作水點之底而取須點小底則知須在器中得幾分

用法二　有同重之兩色物欲知其立方根法以容比

例求其同重之積再于分體線求其根

用法三　有金或銅錫等不知重法如前入水求得水溢所減之重變為線乃以水重置金點為底若銅錫亦置銅錫點于水點取大底此借容比例求重故反用其率若用蠟模鑄銅器亦以蠟重置銅點為底而于蠟點取大底即得合用銅斤

解曰有二法三法則只須容比例一線足矣盖反用之可以求重既得容可以求根用三線者取其便用一線者取其簡可任意為之也

又容比例附

金與頑若五與七

與鉛若廿三與卅八

與銀若卅一與五十七

與銅若九與十九

與鐵若八與十九

與錫若卅七與九十五

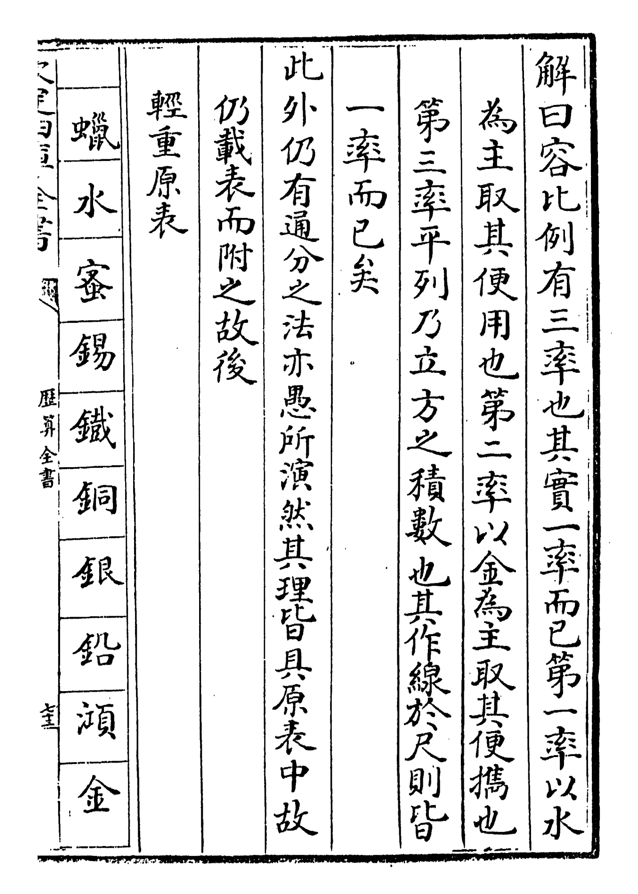
與䥬若廿九與三百八十○

與水若一與十九

與蠟若廿一與四百一十八

又容比例

名	比例
金	○一○○○○○○
澒	○一四○○○○○
鉛	○一六五二一七三
銀	○一八三八七○九
銅	○二一一一一一一
鐵	○二三七五○○○
錫	○二五六七五六七
蜜	二三一○三四四八
水	一九○○○○○○
蠟	一九九○四七六一



解曰容比例有三率也其實一率而已第一率以水為主取其便用也第二率以金為主取其便攜也第三率平列乃立方之積數也其作線於尺則皆一率而已矣

此外仍有通分之法亦愚所演然其理皆具原表中故仍載表而附之故後

輕重原表

蠟	水	蜜	錫	鐵	銅	銀	鉛	澒	金

金	澒	鉛	銀	銅	鐵	錫	蜜	水	蠟
十九又廿一之十九	十四又一百四十七之卅三	十二又廿一之一	十又六十三之五十二	九又廿一之九	八又廿一之八	七又一百〇五之八十九	一又二百十〇之一百九	一又廿一之一	一
十九	十三又七之四	十一又二之一	十又三之一	九	八	七又五之二	一又廿分之九	一	
十三又廿九之三	九又二百〇三之七十三	七又廿九之廿七	七又八十七之十一	六又廿九之六	五又廿九之十五	五又廿九之三	一		
二又卅七之廿一	一又二百五十九之二百廿一	一又七十四之四十一	一又一百十一之四十四	一又卅七之八	一又卅七之三	一			
二又八之三	一又五十六之卅九	一又十六之七	一又廿四之七	一又八之一	一				
二又九之一	一又六十三之卅二	一又十八之五	一又廿七之四	一					
一又卅一之廿六	一又二百十七之六十八	一又六十二之七	一						
一又廿三之十五	一又一百六十一之廿九	一							
一又九十五之卅八	一								
一									

右表靈臺儀象志所引重學一則也其法同重者以直推見容積同積者以横推見重重比例容比例皆在其中矣既得容可以求根則根之比例亦在其中矣比例規解五金線蓋原于此原書金與蠟之比例訛廿一為廿九今改定

通分法亦容比例之率

分母

顋九五

鉛廿三乘得二一八五

銀卅一又乘得六七七三五

銅〇九又乘得六〇九六一五

鐵〇八又乘得四八七六九二〇

錫卅七又乘得一八〇四四六〇四〇為金率

以須分母九十五除金率得一八九九四三二以乘分

子卅八得七二一七八四一六加金率得二五二六

二四四五六為須率

以鉛母廿三除金率得七八四五四八〇以乘子十五得一一七六八二二〇〇加金率得二九八一二八二四〇為鉛率

以銀母卅一除金率得五八二〇八四〇以乘子廿六得一五一三四一八四〇加金率得三三一七八七八八〇為銀率

以銅母九除金率得二〇〇〇四九五六〇以乘子一得如原數加金率二得三八〇九四一六四〇為銅率

以鐵母八除金率得二二五五五七五五以乘子三得六

七六六七二六五加金率二得四二八五五九三四五為鐵率

以錫母卅七除金率得四八七六九二〇以乘子廿一得一〇二四一五三二〇加金率二得四六三三〇七四〇〇為錫率

金	一八〇四四六〇四〇		一八強 各取首三位	日	三六強 加倍
頊	二五二六二四四五六		二五六強	水	五〇半強
鉛	二九八一二八二四〇		二九八強	土	五九半強

銀	三三一七八七八八〇		三三少弱	月	六六少強
銅	三八〇九四一六四〇		三八強	太白	七六少弱
鐵	四二八五五九三四五		四二太強	火	八五太弱
錫	四六三三〇七四〇〇		四六少強	木	九二太弱

按自古歷算諸家于尾數不能盡者多不入算故曰半已上收為秒已下棄之其有不欲棄者則以大半少強弱收之

假如一百分則成一整數九十為一弱百一十為一強二十五為

少即四分之一也若二十為少弱三十為少強五十為半四十為半弱六十為半強七十五為太即四分之三也七十為太弱八十為太強

重之根比例異色同重之立方

金	澒	鉛	銀	銅
一〇〇	一一二弱	一一九半強	一二三半	一二八少強
		折		
五〇	五六	六〇	六一	六四
		四		
〇七五	〇八四弱	〇八九半強	〇九二弱	〇九六少弱

鐵	錫	蜜	水	蠟
一三三半弱	一三六太強	二三五太強	二六六太強	二七三弱
		半		
六七	六八	一一八	一三三	一三六
之			三	
一〇〇少弱	一〇二半強	一七六太強	二〇〇	二〇四太弱

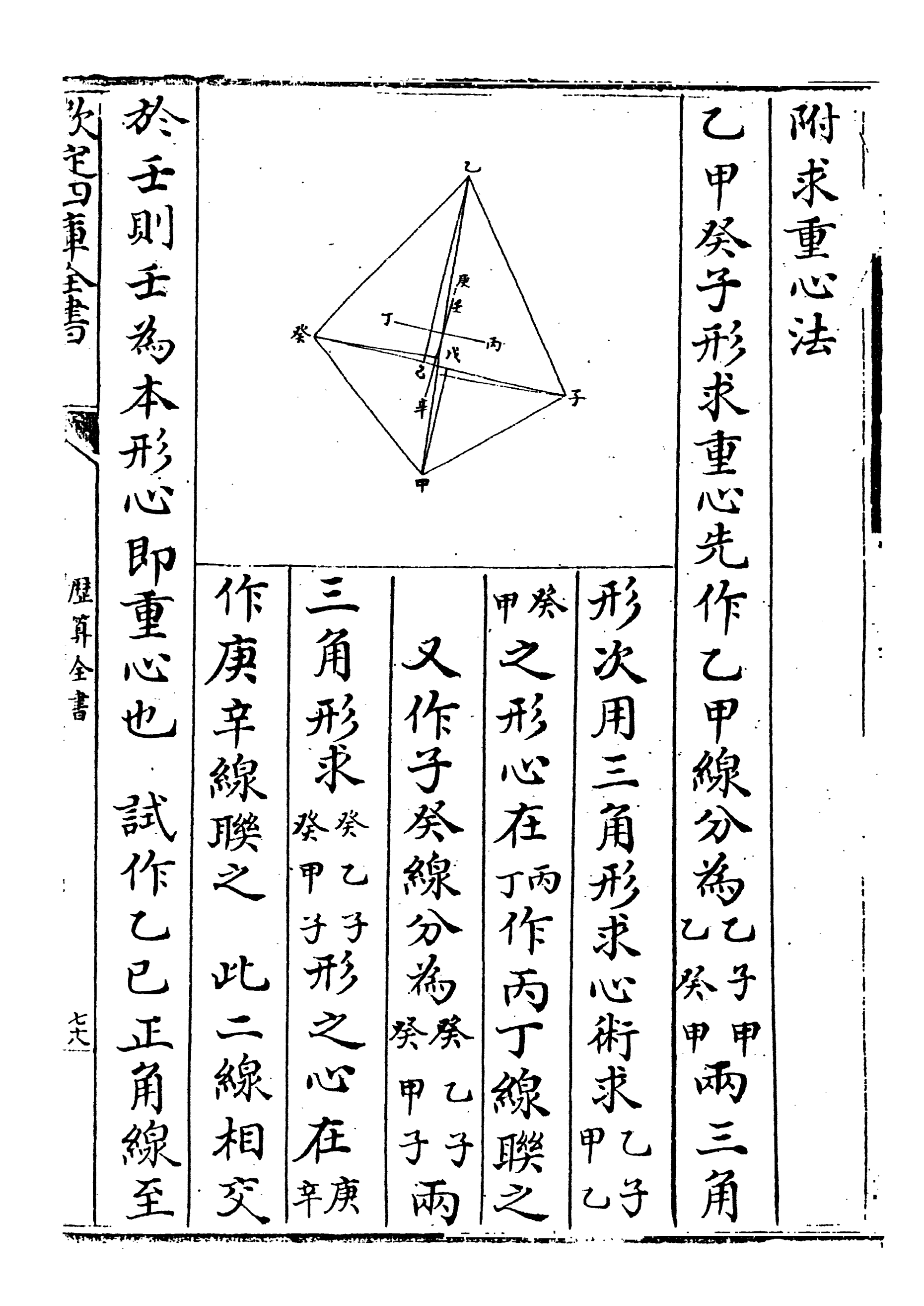
子癸線上又作甲戊線至子癸線上此兩線之比例即兩形大小之比例也法為癸乙子形與癸甲子形之比例若乙巳與甲戊也以此比例於庚辛兩心距線上求得壬點為全形之重心法為乙巳線與甲戊若辛壬與庚壬

乙
庚
巳
丙
子
丁
壬
癸
戊
辛
甲

如圖子巳與癸戊之比例若丁壬與丙壬也餘並同前圖

附求重心法

乙甲癸子形求重心先作乙甲線分為乙子甲乙癸甲兩三角



形次用三角形求心術求乙子甲乙癸甲之形心在丙丁作丙丁線聯之又作子癸線分為癸乙子癸甲子兩三角形求癸乙子癸甲子形之心在庚辛作庚辛線聯之此二線相交於壬則壬為本形心即重心也 試作乙巳正角線至

一率 子巳與癸戊二線并

二率 子巳

三率 丁丙

四率 丁壬

曆算全書卷三十九